

## 參考教案【數學領域】

### 長方形數

以下教案格式參考自國家教育研究院領域課程綱要課程手冊教學單元案例

#### 壹、設計者資料

國立科學工業園區實驗高中國小部 朱志青教師

(原設計者：

國立臺灣師範大學 林福來名譽教授、R. R. Skemp)

#### 貳、參考教案(下頁)

## 壹、設計理念

### 一、理念

本學習活動設計是透過遊戲激發學生學習興趣，再透過找尋遊戲秘訣維持學生的學習動力。學習過程指導學生透過分類與命名做為學習策略，並引導學生透過學習探究以獲得知識。

### 二、學生先備知識

學生已經學過乘除法，知道乘法的逆運算就是除法，除法的逆運算就是乘法，並有驗算的經驗。學生已經學過乘法的交換率。

### 三、核心素養的展現

總綱核心素養面向	總綱／核心素養項目	領綱核心素養具體內涵	主要教學內容
A 自主行動	A1 身心素質與自我精進	數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。	玩一個數學遊戲—長方形數，觸發學習動機，引動數學思考，並讓學生用自己的語言命名或論述。
	A2 系統思考與解決問題	數-E-A2 具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。	使用「能排出長方形或正方形」做為分類依據，藉此找出遊戲的致勝秘訣，以有系統的思考模式解決眼前的問題。
B 溝通互動	B1 符號運用與溝通表達	數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。	能用乘法算式的形式表徵來表示圍棋子的圖像表徵；能從一條線的圖像表徵認識質數的抽象意義。
C 社會參與	C2 人際關係與團隊合作	數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。	分組遊戲中進行合作與競爭，找尋致勝秘訣的過程中學習合作的精神。

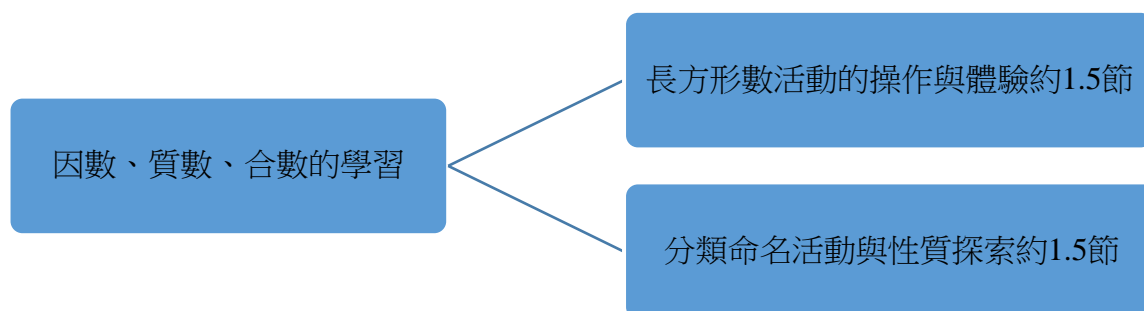
#### 四、學習重點的統整與銜接

學習內容	學習表現
<p>N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。</p> <p>N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。</p>	<p>n-III-3 認識因數、倍數、質數、最大公因數、最小公倍數的意義、計算與應用。</p> <p>單元名稱：長方形數</p> <p>學習目標：</p> <p>(一) 探索棋子的排列，覺察因數的具體形象。</p> <p>(二) 透過長方形數挑戰賽，激發學生學習興趣，發現數學概念。</p> <p>(三) 從分類與命名活動中找尋制勝祕訣，理解因數的概念與計算方法。</p>

#### 五、重要教學策略與評量的說明

- (一) 從有感的學習入手，讓學生可以從遊戲的操作活動中，進入數學學習的世界。
- (二) 兩兩對戰中，透過每個人都在操作，藉此評量學生的認知層次以及對於乘法的精熟程度。
- (三) 從對戰紀錄表、分類表都能隨時檢核學生的學習狀況，是否能完成每一個任務。

## 貳、主題與單元架構



## 參、學習活動設計

領域 / 科目 / 跨領域		數學領域	
實施年級		國小五年級	總節數 共 3 節 · 120 分鐘
單元名稱		長方形數	
<b>設計依據</b>			
<b>學習重點</b>	<b>學習表現</b>	n-III-3 認識因數、倍數、質數、最大公因數、最小公倍數的意義、計算與應用。	<b>核心素養</b>
	<b>學習內容</b>	N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。 N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。	
		<p>A1 身心素質與自我精進 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。</p> <p>A2 系統思考與解決問題 數-E-A2 具備基本的算術操作能力，並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。</p> <p>B1 符號運用與溝通表達 數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。</p> <p>C2 人際關係與團隊合作 數-E-C2 樂於與他人合作解決</p>	

				問題並尊重不同的問題解決想法。
議題 融入	議題 / 學習主題			
	議題 實質內涵			
與其他領域 / 科目的連結				
教材來源		數學教育中心—數學奠基模組第一期活動—長方形數		
<b>學習目標</b>				
<p>一、探索棋子的排列，覺察因數的具體形象。</p> <p>二、透過因數挑戰賽，激發學生學習興趣，發現數學概念。</p> <p>三、從分類與命名活動中找尋制勝祕訣，理解因數的概念與計算方法。</p>				

節數	學習活動設計		
	學習引導內容及實施方式 (含時間分配)	學習評量	備註
第一節	<p>一、探究什麼是正方形數、長方形數：</p> <p>二、首先，先拿一顆棋子告訴學生，這是一個點點，只是放大了，讓我們比較容易看。</p> <p>三、現在有兩個點點，兩個點點可以連成什麼？一條線。</p> <p>四、三個點點，我把他們這樣擺（排成一直線），也可以連成什麼？一條線。如果把第三個點點換個位置，就可以連成三角形，不過，今天的遊戲是要排長方形或正方形，所以，其他圖形我們先不管他。</p> <p>五、四個點點，我們這樣擺（排成一直線），可以連成什麼？還是一條線。</p> <p>六、換個位置，我們讓點點跟點點之間的距離一樣，這時候就可以排成什麼？正方形。因此我們說，4 是一個正方形數，他可以排出一個正方形。</p> <p>七、5 是正方形數嗎？五個點點可以排成正方形嗎？</p> <p>5 個點點時，或許有學生覺得可以，把點點放到線上，一樣圍成一個正方形。當然，我們肯定學生的想法，不過，這也將會是遊戲的漏洞，這會導致 4 以上的數字都能排成正方形，就沒有挑戰性了，所以，我們加了一條遊戲規則。點點跟前後左右的點點距離都要一樣才可以。</p>	<p>長方形數挑戰賽遊戲紀錄表</p> <p>分類命名表</p>	<p>以「來玩一個遊戲吧」營造輕鬆學習的氣氛。</p> <p>教師拿棋子示範，如果班級人數較多時，則用簡報檔進行示範。</p> <p>正方形數是排成「實心的正方形」，因此 4 個點點可以盡量緊密。</p> <p>教師可以與一名學生示範對戰，其餘學生圍觀。</p>

節數	學習活動設計		
	學習引導內容及實施方式 (含時間分配)	學習評量	備註
第一節	<p>八、8 是不是正方形數？或許學生會圍出一個空心的正方形，認為 8 是一個正方形數。</p> <p>學生認為 8 是正方形數時，可以引用前一個規則，前後點點的距離跟左右點點的距離要一樣才行，空心的正方形，必定有兩個相鄰的點點，距離是比較長的。</p> <p>九、8 雖然不是正方形數，但是可以排成長方形，而且點點跟前後左右的點點距離都一樣。在今天的遊戲中，我們就是要挑戰正方形或長方形，只要能排出來，就可以得分。</p> <p>十、進行長方形數挑戰賽：</p> <p>十一、比賽時兩人一組，一組拿到 30 顆棋子。猜拳後，由獲勝者先出題，從 1 到 30 中選一個數字，讓對手排出正方形或長方形。</p> <p>十二、示範者出題 8，對方排出來了之後，必須記錄到紀錄紙上。先將 8 這個數字圈起來，表示目前挑戰的是這個數字，接著將排出來的圖形用算式紀錄下來，每排有 4 個、總共有 2 排，因此記錄成 <math>4 \times 2</math>，得到一分。</p> <p>十三、對手排出一種後，就要把棋子交給出題者，由出題者排排看，如果能排出第二種，那麼，出題者也可以得到一分。</p>		<p>示範排出長方形或正方形時，教師可以示範兩個一排，然後三個一排、四個一排，有順序的去測試，讓學生能察覺，排列時應該要有策略。</p> <p>可以引導學生發現，當找到 <math>2 \times 4</math> 時，也同時找到了 <math>4 \times 2</math>，也就是說，四個一排可以不用測試了，超過四個的數字，也同樣不用測試了。</p>

節數	學習活動設計		
	學習引導內容及實施方式 (含時間分配)	學習評量	備註
第一節	<p>十四、出題者將剛剛的長方形旋轉了 90 度，變成了一排有 2 顆、總共有 4 排，記錄成 2x4，出題者也得到一分。</p> <p>十五、這樣顯然不太公平，出題者只是將對手的棋子旋轉 90 度，從算式來看，也只是把被乘數與乘數互換，就可以獲得一分！為了讓比賽更公平，新增一條遊戲規則，旋轉 90 度會相同的，也就是把對方的被乘數與乘數互換而已，這樣是無法得分的，因此在這場比賽中，4x2 已經排出來了，2x4 就無法得分了。</p> <p>十六、規則說明完畢，各自開始比賽。</p>		
第二節	<p><b>遊戲進行兩節課，第二節結束</b></p> <p>一、找尋制勝祕訣，進行分類與命名；</p> <p>二、最後，我們來找出獲勝秘訣吧！看看這張計分單中，哪些數字會讓對手得不到分？——找出打叉的數字，並用黃筆圈起來。有些數字，雖然會讓對手得一分，但是自己也能得到一分，就像是綠色圈起來的數字，總共有兩分價值的數字。我們把這些數字分類，總共有相同分數價值的數字就擺在一類。</p> <p>三、在遊戲中，如果你遇到對方出總分是 0 分的數時，你的心情是什麼？你的感覺是什麼？為這些數字取個名字。同樣的，總分是 1 分的、2 分的，都試試為它們取名。</p>		<p>學生命名可能會從 0、1、2...這些數字來命名，但也可提示學生，從遊戲中出現這一系列數字的感覺來命名，能夠對於同一系列的數字，會帶有遊戲中而產生的情緒詞語，就成為系列數字的名稱。</p>



節數	學習活動設計		
	學習引導內容及實施方式 (含時間分配)	學習評量	備註
第三節	四、最後，讓小朋友知道數學家的命名。 可以排成長方形或正方形的數字， 數學家統統稱為「合數」，這些至少 都有一分的價值。 五、至於只能排成一條線的，沒有得分 價值，則稱為「質數」。 六、至於 1，連一條線都排不出來，因此 數學家稱他「既不是質數，也不是 合數」		
<b>教學設備 / 資源：</b> 圍棋子、長方形數挑戰賽紀錄紙、分類命名學習單 (請見附錄)。			
<b>參考資料：</b> 數學教育中心—數學奠基模組第一期活動—長方形數。			
<b>附錄：</b> 透過活動中的同儕互動、記錄單以及分類命名單檢核。			

## 肆、教學成果與省思

一、透過這個奠基模組，我們經歷了因數的具體象徵，窮盡因數的方法，也看見了質數與合數的圖像，然後回到抽象的定義，希望透過這樣的過程，讓學生不只是玩得開心，也能學得豐富。實際教學影片：[https://youtu.be/RtA\\_JfKdvDI](https://youtu.be/RtA_JfKdvDI)。

二、試教者（花蓮縣秀林鄉崇德國小宋家珍教師）心得：

第一次用遊戲玩數學，不僅我在旁邊看得有趣，學生們也玩得開心。尤其是這種抽象化的單元，不再像我以前學的數學是在紙上做題目，而是拉到真實情境中與同學對戰，除了透過對戰理解因數、質數、合數間的關係，也能獲得成就感及重拾對數學的興趣及信心。

這個單元讓我在數學課裡見識到什麼是自發、互動、共好，遊戲化的教學使學生們的主動性高，為了能夠獲得勝利，學生會主動去探究數字間的關係，哪個數字會得分？哪個數字會讓對方扣分？在這一來一往的操作裡，學生也能從彼此擺圖形的方法及思路，習得對方的獲勝訣竅。

雖然不敢說學生在這單元學得非常好，但是能夠肯定的是，學生在這過程裡收穫滿滿，不再是填鴨式數學，是真正理解其中的意涵，最重要的是，學生喜歡數學，愛上數學，這是最棒的成果了！

試教照片



教師示範如何排棋子



教師請學生排出正方形



教師請學生排出長方形



教師講解遊戲規則



排出長方形對決賽開始



學生找出致勝秘訣



學生為數字取名



學生發現合數與質數的差別

### 三、教案與數學導向教學設計六個原則的關係

<p>(一) 透過現實情境、寓言故事或數學史引入教材，營造數學學習需求</p>	<p>本課程透過「長方形數」的遊戲，將尋找質數的需求，融入於找出遊戲致勝秘訣，學生為了想要在遊戲中取得優勢，有了找尋質數、學習質數的學習需求。</p>
<p>(二) 以任務鋪陳數學學習脈絡，引導學生進行探索與發展概念</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在遊戲規則上，讓學生先找出 1 到 30 的每個數字的因數，並經驗了有些數字無法排成長方形或正方形（質數），有些數字可以。</li> <li>2. 遊戲結束後的討論，引導學生一一發現數學的規律，察覺各數字的共同性，發現因數、質數、合數的具體圖像，並且探索各數學名詞的性質。</li> </ol>
<p>(三) 讓學生運用相關數學知識與能力解決問題，提出合理的觀點與他人溝通</p>	<p>學生在討論時，寫下個人想法，並且需要將想法與他人溝通，讓他人理解。</p>
<p>(四) 教材安排從具體到抽象，提供學生有感的學習機會</p>	<p>教具提供圍棋子，藉由圍棋子的排列，讓因數、質數、合數具體圖像化。</p>
<p>(五) 教材設計具備多重表徵</p>	<p>遊戲的學習單，讓學生用算式記錄圖像，並再藉由數字的分類，讓數學想法更容易被學生看見。</p>
<p>(六) 學習任務具備形成性評量的功能，以評估與促進數學學習</p>	<p>過程中，每個關卡都讓學生個別解題，讓老師可以評估每位學生的學習狀況，並進行協助與調整。</p>

排出長方形對決賽 挑戰者：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_

數字	1	2	3	4	5
紀錄					
數字	6	7	8	9	10
紀錄					
數字	11	12	13	14	15
紀錄					
數字	16	17	18	19	20
紀錄					
數字	21	22	23	24	25
紀錄					
數字	26	27	28	29	30
紀錄					

挑戰者：

總共是 0 分的數：

總共是 1 分的數：

總共是 2 分的數：

總共是 3 分的數：

總共是 4 分的數：

