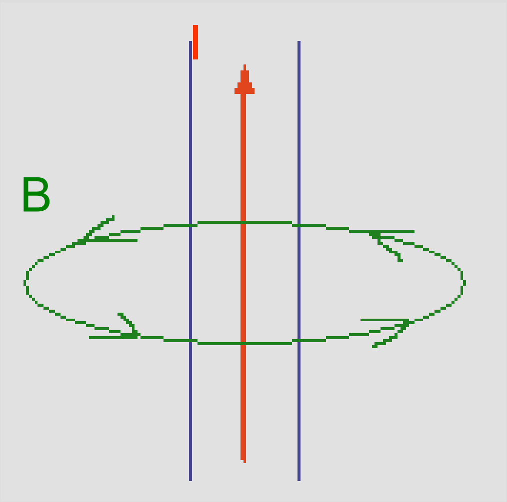
Chapter 9. 磁學 Magnetism

1. 磁學 ⇒ 任何電流形式所產生的磁場和磁力相關物理現象

電流形式 →
- 導線電流
- 線圈電流
- 渦旋電流



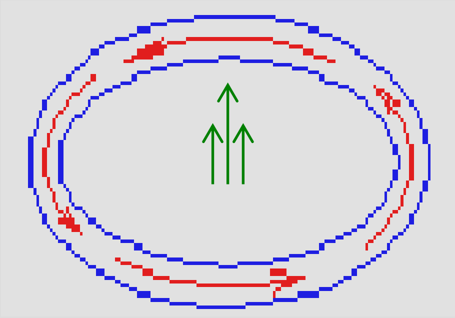
導線電流

右手定則

⇒ 大姆指 → 電流方向

⇒ 四指彎曲 → 磁場方向(形成迴路)

環形導線電流(線圈電流)

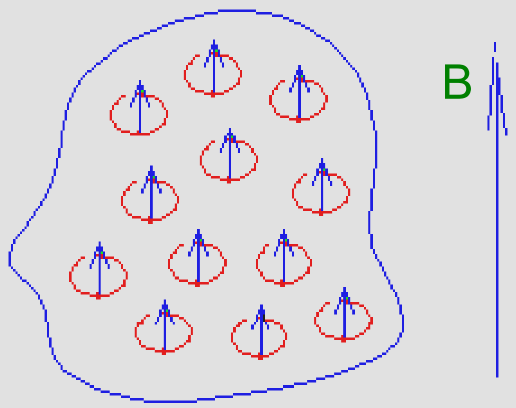


環形中心點磁場方向→ 向上 (逆時針電流)

(右手定則) → 向下 (順時針電流)

渦旋電流

(Eddy Current)

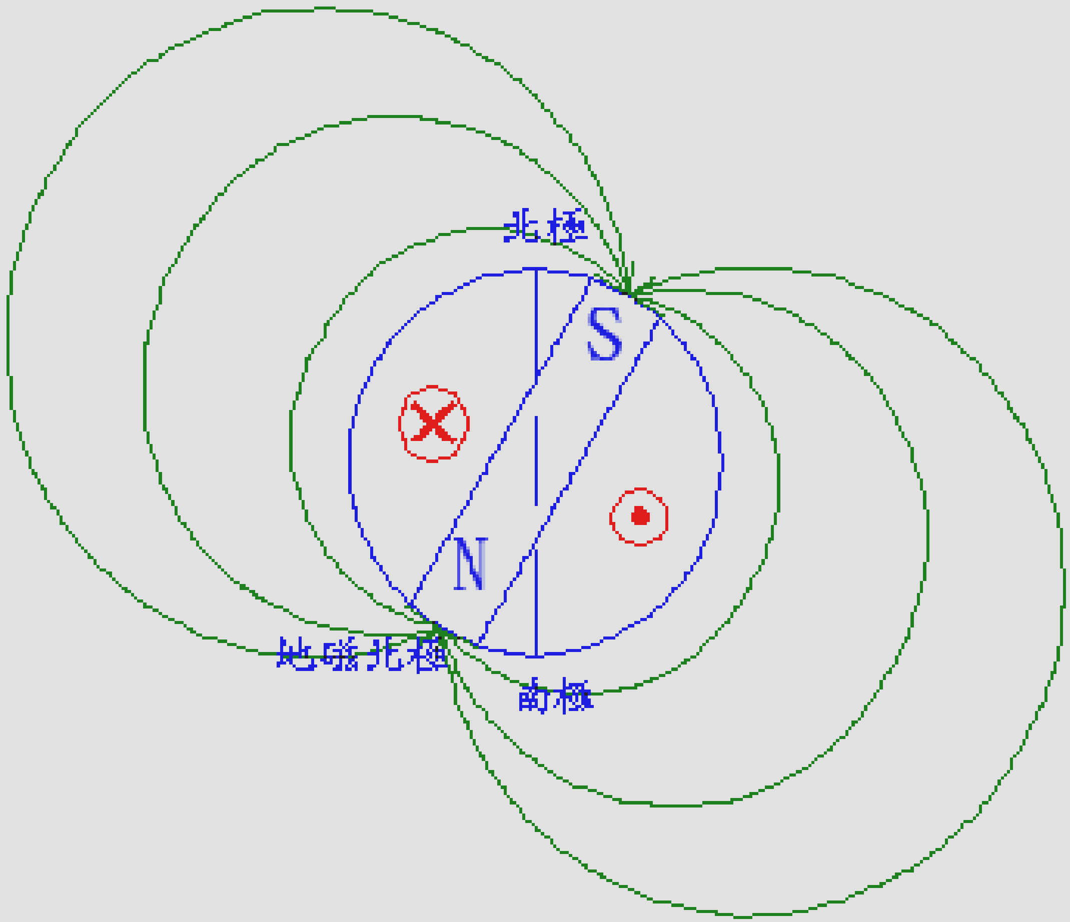


★電子移動形成一迴路
(例：電子繞著原子核轉動)
⇒磁鐵和磁礦石具有磁場(或磁性)

⇒因為這些物質內部有渦旋電流

⇒地球之磁場(俗稱地磁)

⇒ 是有自地球核心的熔融金屬離子(Ni^{+}，Fe^{+}.....)在流動


北極
S
N
地磁北極
南極

2. 電場

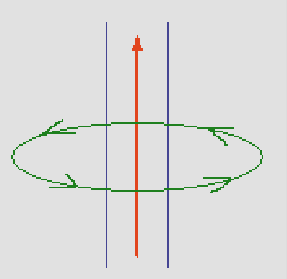
磁場 的來源

電磁波

電荷 $E = \frac{kq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

電流 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (移動的電荷)

加速度電荷



3. 磁力 (Magnetic Force)

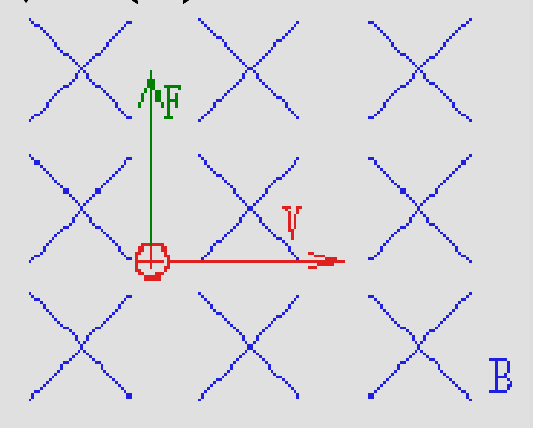
★ 點電荷 (q) 經過磁場受到磁力

$$\vec{F}_B = q\vec{V} \times \vec{B} = q|\vec{V}||\vec{B}|\sin\theta \quad (\theta\text{為}\vec{V}\text{和}\vec{B}\text{的夾角})$$

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{F}_B|}{q|\vec{V}|\sin\theta}$$

(磁場單位(T) $\rightarrow$ **Tesla，1T=** 10^4 **Gauss)**

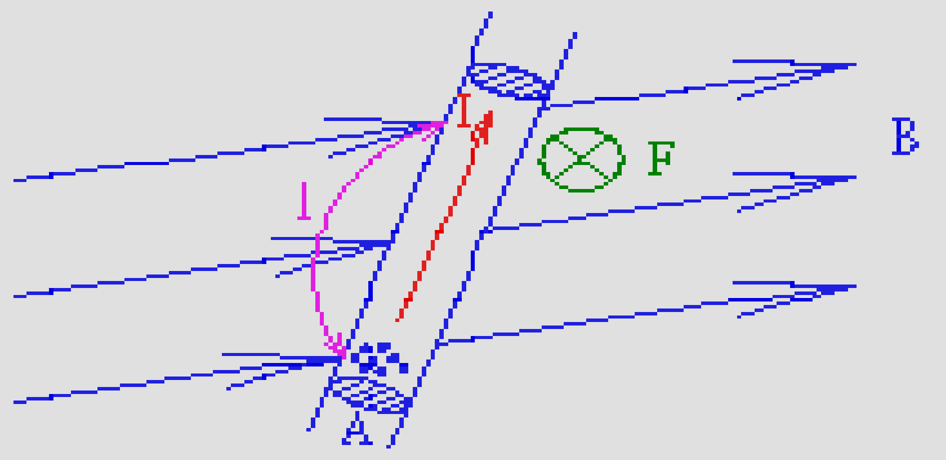
$$B_{\text{地磁}} = 0.5\,\text{Gauss}$$



導線電流經過磁場受到磁力($\vec{F}_B$)

$\vec{F}_B$ 可視為導線單位體積有個點電荷所受的磁力

[n：電荷濃度，
V：導體體積]



$$\vec{F}_B = N(q\vec{V} \times \vec{B})$$

$$N = nV = nAl$$

$$\vec{F}_B = nAl(q\vec{V} \times \vec{B}) = qnAV(\vec{l} \times \vec{B}) = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

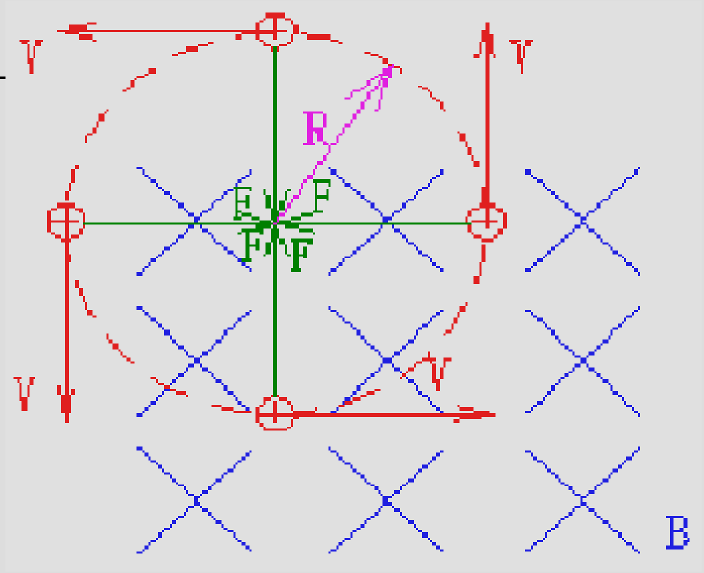
[導線的方向 →以長度向量為主，電流方向雖是電荷移動速度方向，但電流是純量 ⇒ 以 $\vec{l}$ 長度向量代為電流方向]

★ 迴旋子 (Cyclotron)

⇒ 當點電荷垂直進入磁場會受到磁力，此磁力垂直電荷移動速度

⇒ 電荷在磁場中作等速圓周運動之向心力 $m\dfrac{V^2}{R}$

⇒ 磁力 = 向心力 = $qVB = m\dfrac{V^2}{R}$



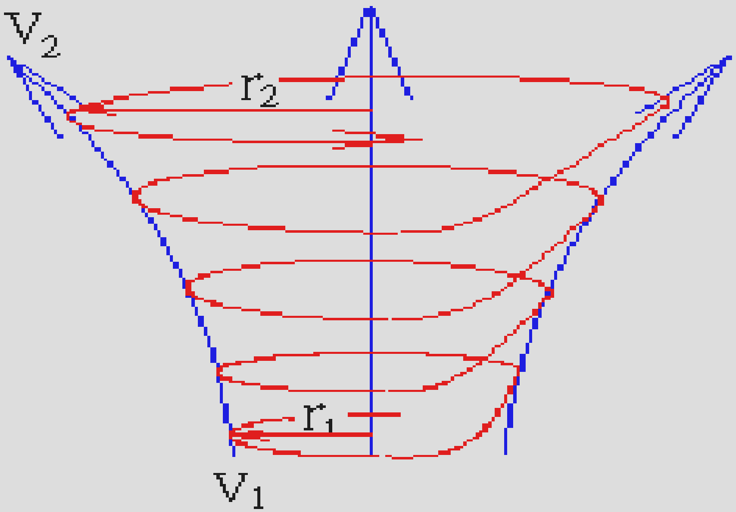
⇒ $$R = \frac{mV}{qB} = \frac{P}{qB}$$

⇒ $$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\begin{cases} R \propto \dfrac{1}{B} \to B\text{大} \to R\text{小} \\ R \propto P = mv \to P\text{大} \to R\text{大} \Leftrightarrow P\text{小} \to R\text{小} \end{cases}$$

非均勻磁場，

迴旋子的軌跡為



4. 磁場 (Magnetic Field)

磁場的來源 ⇒ 電流

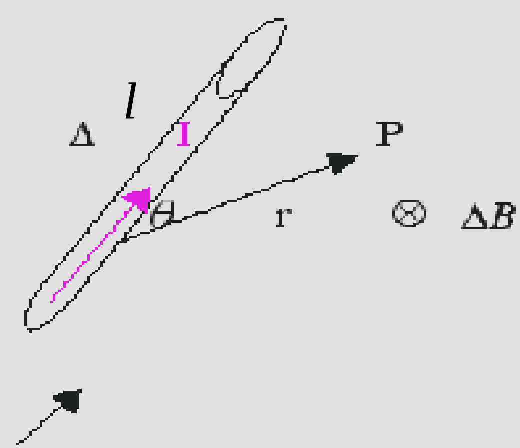
〈1〉 一小段長導線電流之磁場公式

⇒ *Biot–Savart Law* [拜－沙瓦磁場定律]

$$\Delta\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\Delta\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\left|\Delta\vec{B}\right| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\Delta\vec{l} \times \left|\vec{r}\right| \sin\theta}{r^3} \qquad (\left|\vec{r}\right| = r)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\Delta\vec{l} \cdot \sin\theta}{r^2}$$



一小點電荷之電場公式

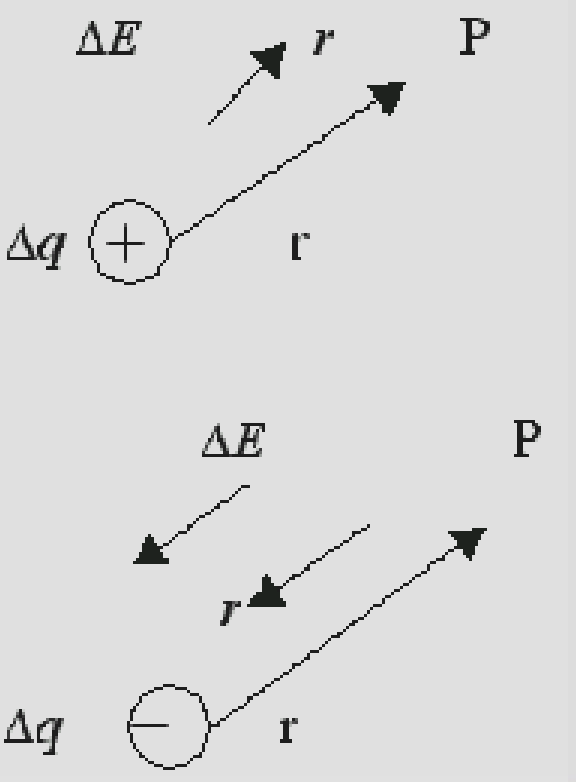
⇒ **Coulomb Law [庫侖電場定律]**

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{4\pi}\cdot(\frac{1}{\varepsilon_0})\cdot\frac{\Delta q\cdot\vec{r}}{r^3}$$

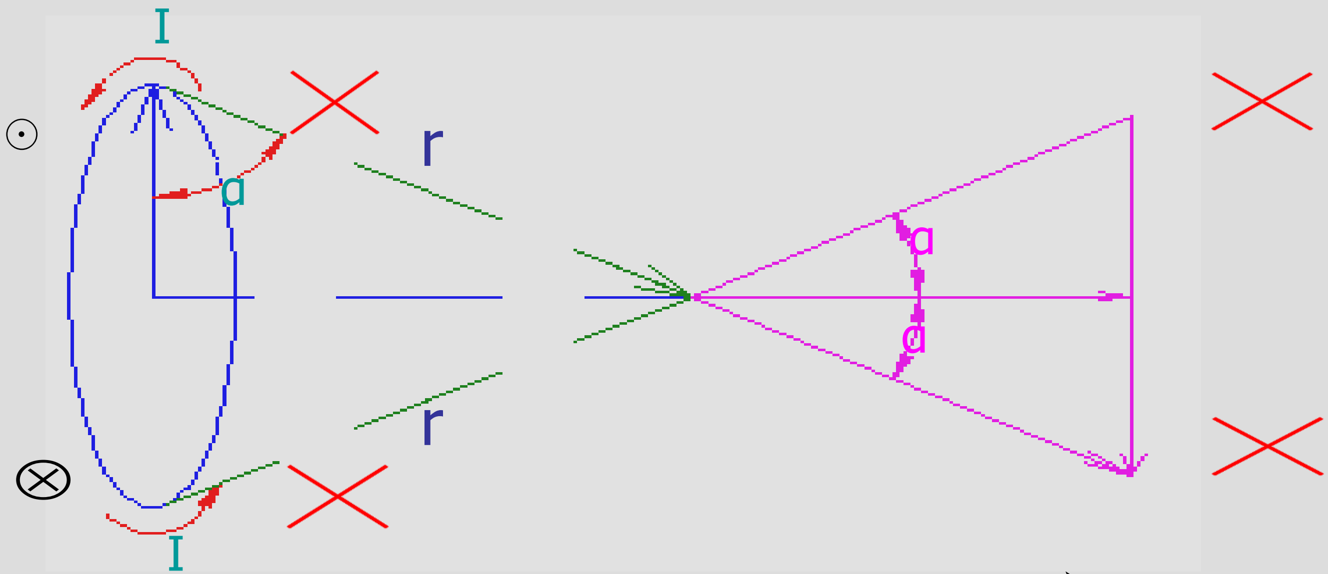
$$\left|\Delta\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi}\cdot(\frac{1}{\varepsilon_0})\cdot\frac{\Delta q\cdot\left|\vec{r}\right|}{r^3} \quad (\left|\vec{r}\right| = r)$$

$$= \frac{1}{4\pi}\cdot(\frac{1}{\varepsilon_0})\cdot\frac{\Delta q}{r^2}$$

$$= \frac{k\Delta q}{r^2}$$



<2> 環形電流迴路 (Circular Current Loop)之磁場



$\Rightarrow$ 環路每一小段電流 $I \cdot \Delta l$ 貢獻一小磁場 $\Delta\vec{B}$

$I \cdot \Delta l'$ 貢獻一小磁場 $\Delta\vec{B}'$

$\therefore$ 兩對應電流 $I \cdot \Delta l$ 和 $I \cdot \Delta l'$ 貢獻之有效磁場為 $\Delta\vec{B}\cos\alpha$ 及 $\Delta\vec{B}'\cos\alpha$ [$\Delta\vec{B}\sin\alpha$ 及 $\Delta\vec{B}'\sin\alpha$ 抵消]

$\Longrightarrow$因此整個環路中心軸上P點，貢獻之總磁場

$$\vec{B} = \sum_{\Delta l} \Delta\vec{B} = \sum_{\Delta l} \Delta\vec{B}\cos\alpha = \sum \Delta\vec{B}\frac{a}{r}$$

[a：環路半徑，r：環路至P距離]

$$= \sum \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\Delta l\sin\theta}{r^2}\cdot\frac{a}{r} \quad (\Delta\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\Delta l\sin\theta}{r^2})$$

[θ 為 $\Delta\vec{l}$ 和 $\vec{r}$ 之間夾角 $\Longrightarrow$ 圓弧長和切線的夾角]

[α 為 a 和 $\vec{r}$ 之間夾角 $\Longrightarrow$ 環路半徑和 $\vec{r}$ 的夾角] $(\sin\theta = 1)$

$$= \frac{\mu_0 I\alpha}{4\pi r^3}\sum_{\Delta l}\Delta l = \frac{\mu_0 Ia}{4\pi r^3}\cdot 2\pi a = \frac{\mu_0}{2r^3}Ia^2 = \frac{\mu_0\vec{m}}{2\pi r^3}$$

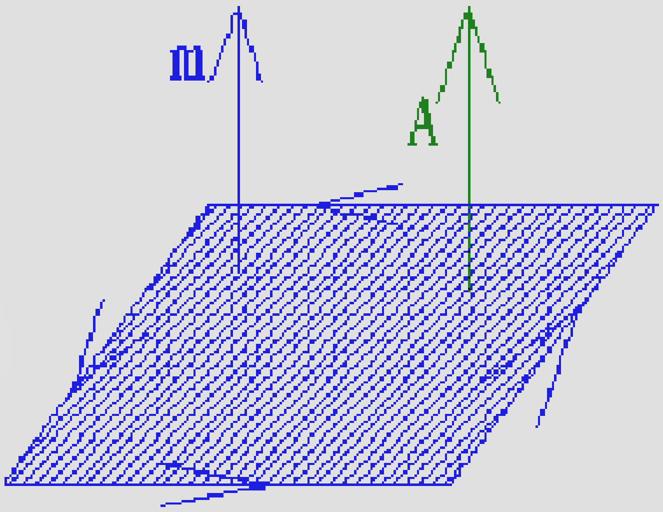
[$\vec{m} = I \times \vec{A} = I \times \pi a^2$ (磁偶)，Magnetic Moment]

$\vec{m} \propto \vec{A}$ (環路的面積向量)方向一致

$\vec{m} = I \times \vec{A} \Rightarrow \vec{B} \propto \vec{m} \propto \vec{A}$

在環路中心點之磁場 $(r \to a)$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi r^3} \Rightarrow \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi r^3} = \frac{\mu_0 I \pi a^2}{2\pi a^3} = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

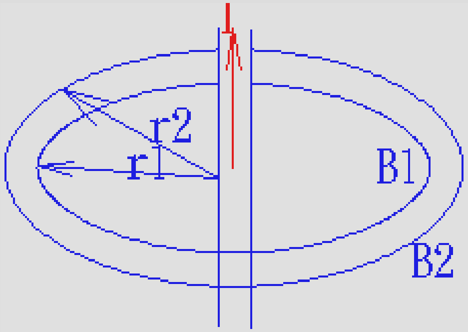


<3> 長直導線電流之磁場 (LONG STRAIGHT WIRE)

磁學 → 求磁場→ 磁場之安培定律(AMPERE LAW)

⇒ 磁力線滲透封閉迴路的有效數和迴路包圍的電流成正比

安培定律求磁場 ⇒ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$



電學 → 求電場→ 電場之高斯定律 (GAUSS LAW)

⇒ 電力線穿透封閉表面的有效數和整個表面包圍的電荷量成正比

電場高斯定律求電場 ⇒ $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} = 4\pi k Q$

若導線是均勻的

安培定律

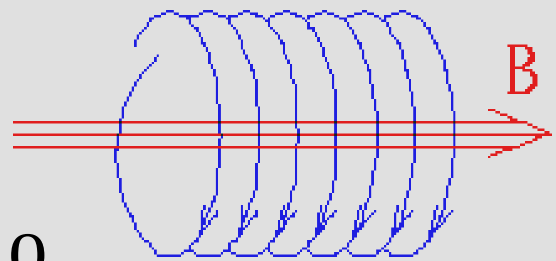
[電流均勻 $\Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I = B\times\oint d\vec{l} \Rightarrow$ B 亦均勻]

$$= B\times 2\pi r$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

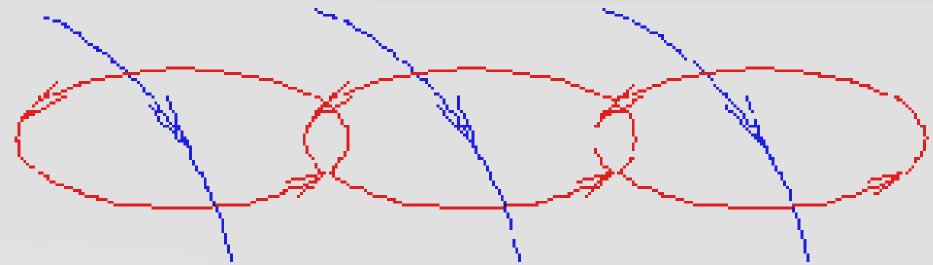
<4> 線圈 (Solenoid) 電流的磁場

內部

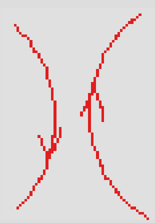


外部 $\vec{B}_{外部} = 0$

磁力線相互抵消



線圈外部磁場



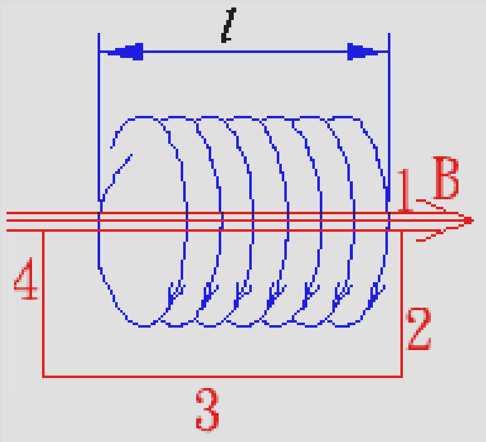
$\Rightarrow$ 鄰近外部磁力線互相抵消

線圈內部磁場 $\Rightarrow$ 利用安培定律

一圈電流 $\rightarrow I$

、

N圈電流 $\rightarrow NI$



$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 NI$$

$$= \int_1 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_2 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_3 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_4 \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad \left[\int_3 \vec{B} d\vec{l} = 0 \rightarrow \vec{B}_{外部} = 0 \right]$$

$$\left[\int_2 \vec{B} d\vec{l} \text{和} \int_4 \vec{B} d\vec{l} \text{ 皆為}0, \quad \because \vec{B} \perp d\vec{l} \Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \right]$$

$$= B_{內} \cdot l \Rightarrow B_{內} = \frac{\mu_0 NI}{l} = \mu_0 nI \quad \left[n = \frac{N}{l} = \frac{\text{線圈數}}{\text{線圈長度}} \right]$$

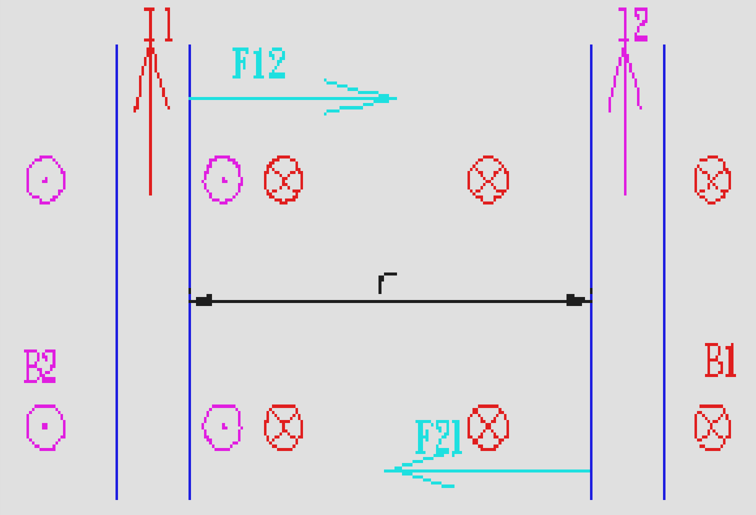
兩平行長直導線電流之間作用力

<1> 同向電流

I_2 和 B_1 (來自 I_1)所受磁力

$$F_{B21} = I_2 \cdot \vec{l} \times \vec{B}_1$$

$$\left[\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \right]$$



I_1 和 B_2 (來自 I_2)所受磁力

$$F_{B12} = I_1 \cdot \vec{l} \times \vec{B}_2$$

$$\left[\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \right]$$

F_{B12} 和 $F_{B21} \Rightarrow$ 吸引

<2>異向電流

I_2 和 B_1 (來自 I_1)所受磁力

$$F_{B21} = I_2 \cdot \vec{l} \times \vec{B}_1$$

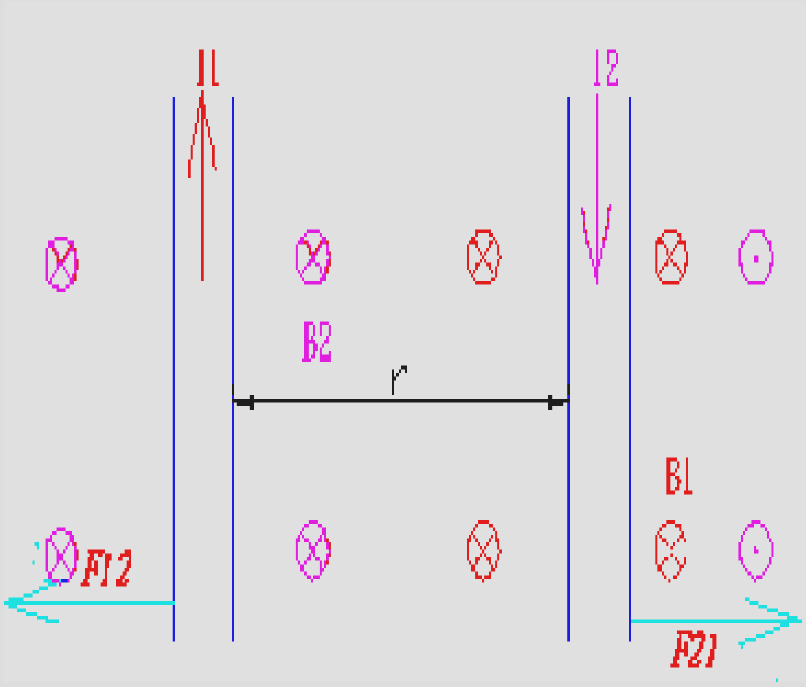
$$\left[\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \right]$$

I_1 和 B_2 (來自 I_2)所受磁力

$$F_{B12} = I_1 \cdot \vec{l} \times \vec{B}_2$$

$$\left[\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \right]$$

F_{B12} 和 $F_{B21} \Rightarrow$ 相斥



ATIS Lab.

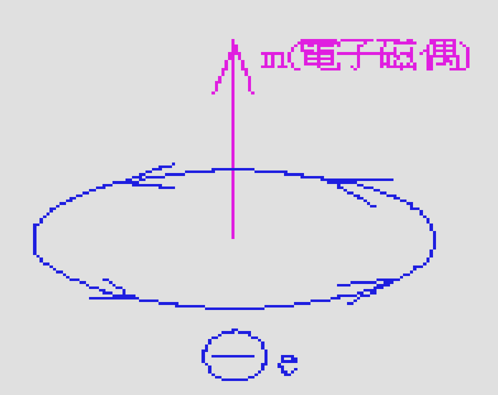
Advanced Technology & Integrated Systems Laboratory

<5> 磁鐵與磁性物質之磁場

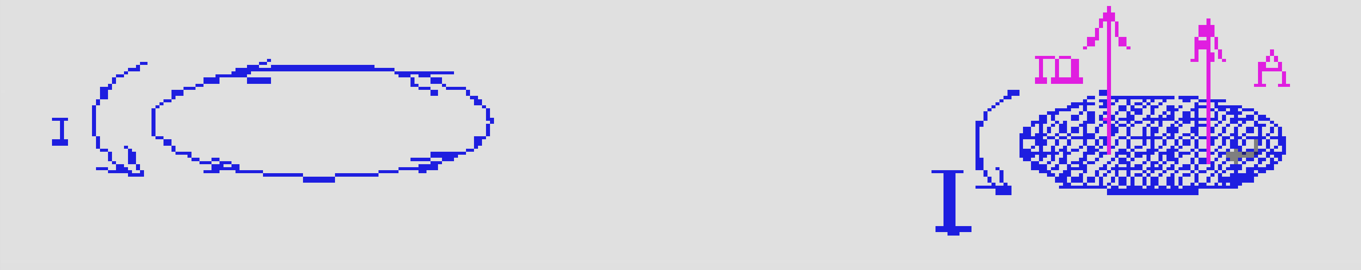
$\Rightarrow$ 磁鐵與磁性物質的磁場是來自內部的渦旋電流

(Eddy Current)

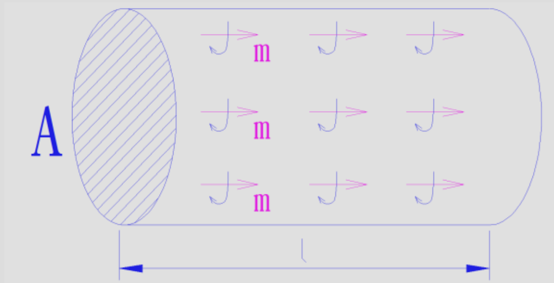
而電子自旋是渦旋電流的基本型態



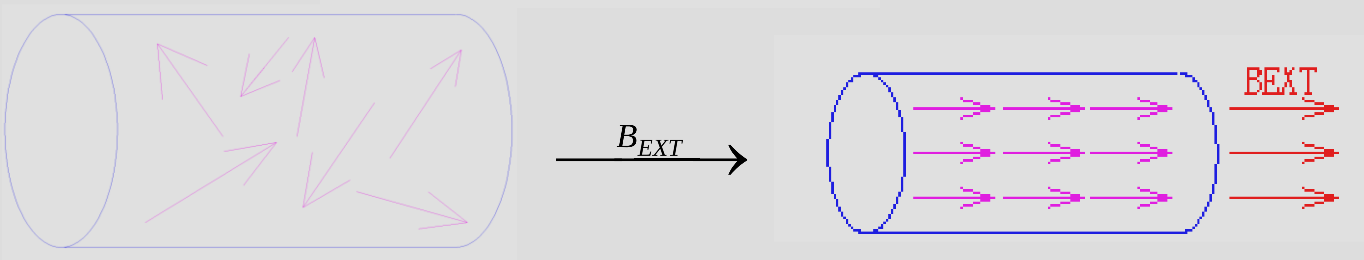
電子自旋 → 形成電流迴路 $\xrightarrow{\vec{m}_0 = I\vec{A}}$ 形成磁偶 $\vec{m}_0 = I\vec{A}$



★磁化密度(Magnetization)   => 磁偶密度



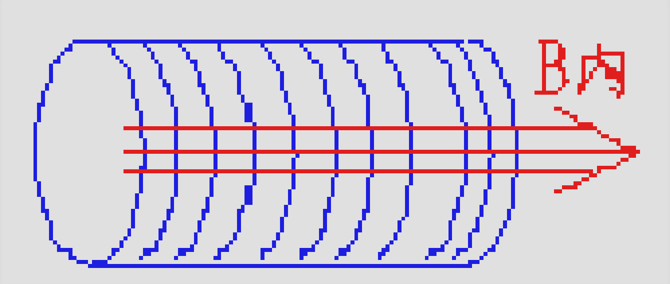
$$\vec{M} = \frac{\vec{m}}{V} = \frac{N\vec{m}_e}{V}$$



磁化 →內部之磁偶的方向和外界磁場一致

$$\vec{M} = \frac{\vec{m}}{V} = \frac{N\vec{m}_e}{V} = \frac{N \cdot I_e \cdot \vec{A}}{Al} = \frac{N}{l} I_e = nI_e$$

圓柱形磁鐵 ⇔ 圓柱形線圈

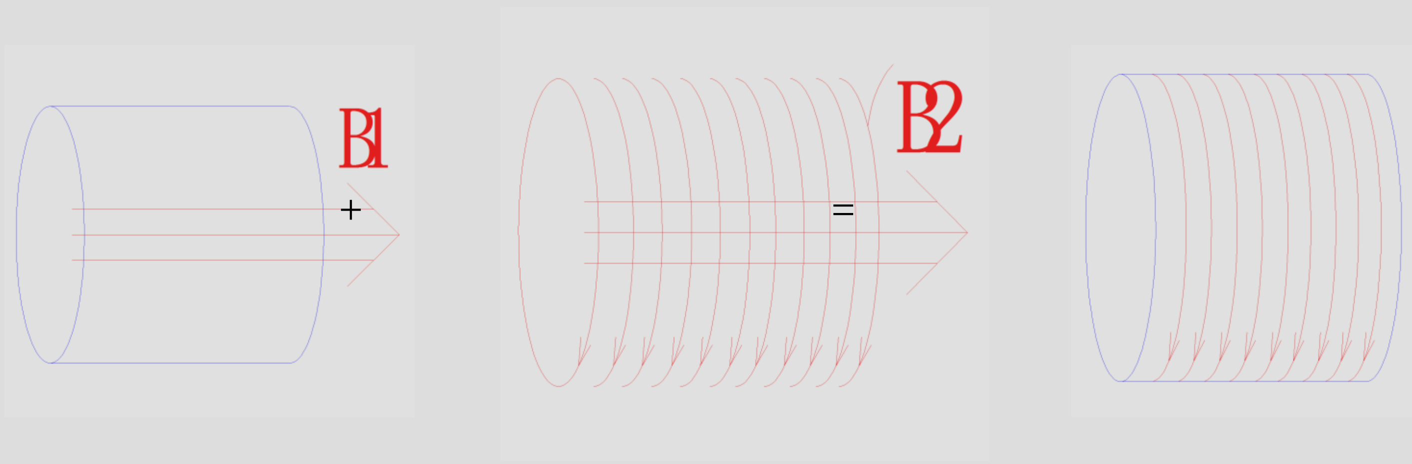


$$\vec{B}_{內} = \mu_0 nI = \mu_0 \vec{M}$$

★★由磁鐵的磁化強度M可等效出同形線圈的內部磁場

$$\vec{B}_{內} = \mu_0 \vec{M}$$

電磁鐵 (Electromagnet)



$$B_1 + B_2 = B \quad \text{(電磁鐵總磁場)}$$

$$\mu_o \vec{M} + \mu_o n I = B$$

$$\mu_o(\vec{M} + nI) = B$$

5/20 本周進度

(1) p. 14 ~ 23 (Line 群組提問說明)
(2) 觀看Tesla 科學影片 剪輯
(3) 寫Tesla心得報告並上傳

5/27 下周進度

(1) p. 24 ~ 36 (Line 群組提問說明)

<6> 電流迴路在磁場所受的磁力矩

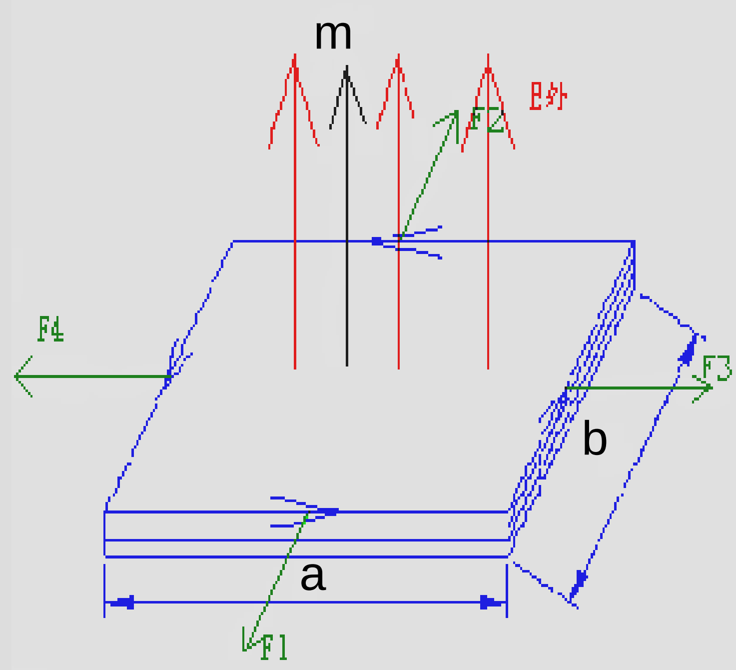
N個電流迴路的磁偶

(1)當 $\vec{m}$ 和 $\vec{B}_{外}$ 平行時，電流迴路處於

靜力平衡

$$< a > \sum_i F_i = 0$$

$$< b > \sum_i \tau_i = 0$$



(2)當 $\vec{m}$ 和 $\vec{B}_{外}$ 夾角α 時，電流迴路仍處於移動平衡 $(\sum_i F_i = 0)$

但轉動平衡已改變 $(\sum_i \tau_i \neq 0)$

$$F_3 = F_4 = NIl \times B_{外} = NIb \times B_{外}$$

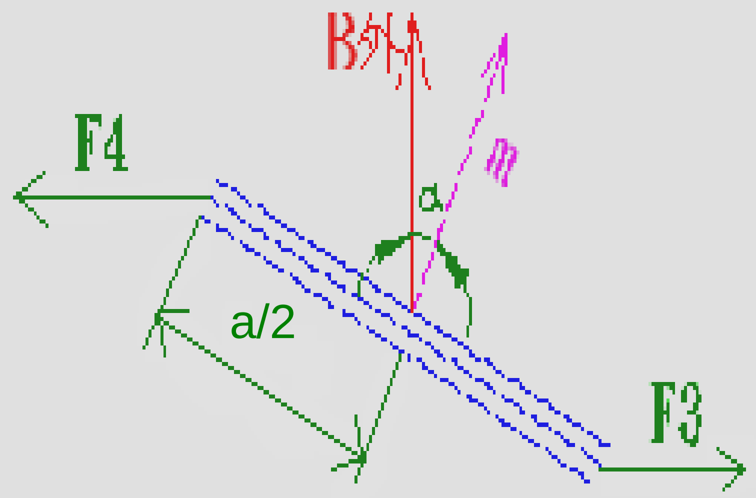
$$r_3 = r_4 = \frac{a}{2}\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \sum_i \tau_i = \tau_3 + \tau_4 = r_3F_3 + r_4F_4$$

$$= 2\left(\frac{a}{2}\sin\alpha \cdot NIbB_{外}\right)$$

$$= NIabB \cdot \sin\alpha = mB \cdot \sin\alpha$$

$$\Rightarrow \tau\,(磁力矩) = \vec{m} \times \vec{B}$$



[磁偶向量與外部磁場向量外積]　逆時針

<7> 磁生電定律 $\Longrightarrow$ 法拉第定律 (Faraday Law)

外來的磁通量 $(\Phi=\vec{B}\cdot\vec{A})$ 的瞬間變化量會在環路線圈上產生感應電動勢 $(\varepsilon_{IND}=-\frac{d\Phi_B}{dt})$ 此感應電動勢在線圈迴路上產生感應電流，此感應電流產生的磁場方向與外來的磁通量變化方向相反

$$\Phi_B(t)=\vec{B}(t)\cdot\vec{A}(t)$$

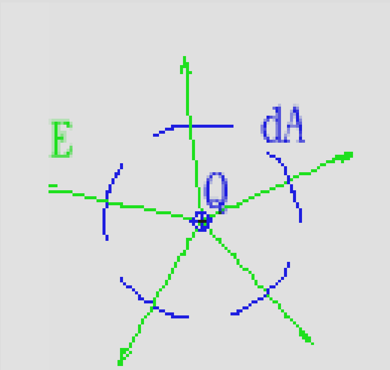
$$\frac{d\Phi_B}{dt}=\frac{d(\vec{B}(t)\cdot\vec{A}(t))}{dt}=-\frac{d\vec{B}(t)}{dt}\cdot\vec{A}(t)+\vec{B}(t)\cdot\frac{d\vec{A}(t)}{dt}$$

$$\varepsilon_{IND}=-\frac{d\Phi_B(t)}{dt}=-\frac{d\vec{B}(t)}{dt}\cdot\vec{A}(t)-\vec{B}(t)\cdot\frac{d\vec{A}(t)}{dt}$$

ε_{IND} {
- <1> 改變環路面積(磁場不變)
- <2> 改變磁場(環路面積不變)

}

通量(Flux) → 電通量 (Electric Flux)

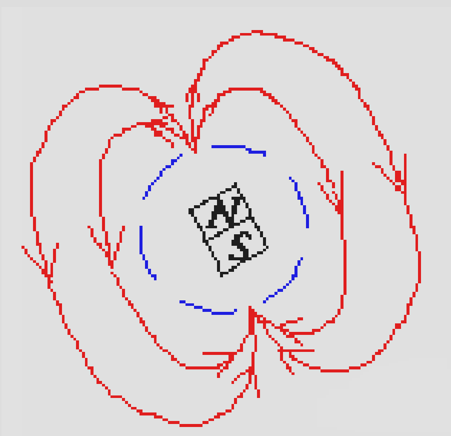


$$d\Phi_B = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

〈1〉 電場之高斯定律

$$\oiint d\Phi_B = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_E}{\varepsilon_0}$$

→ 磁通量 (Magnetic Flux)



$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

〈2〉 磁場之高斯定律

$$\oiint d\Phi_B = \oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \mu_0 Q_E$$

$$= \mu_0 (Q_N + Q_S) = 0$$

★[磁力線一出一進封閉表面 $\Phi_B = 0$，磁荷不分家]

8. 移動電動勢 (Motional EMF)

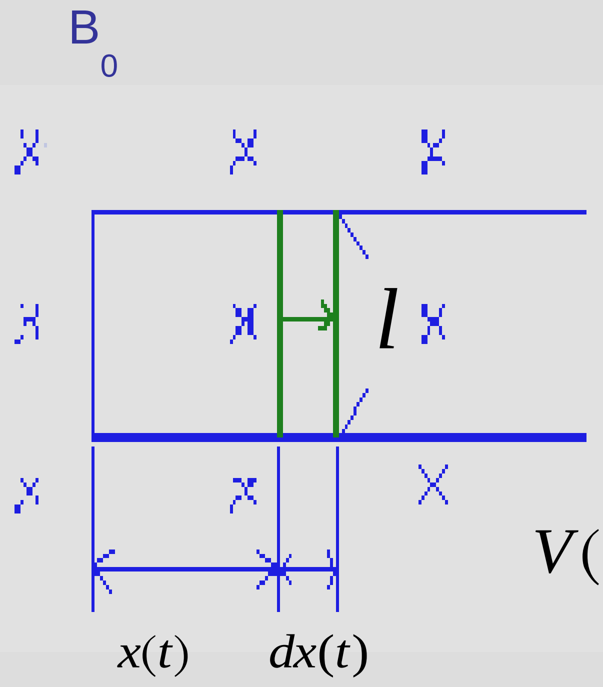
⇒ 在均勻磁場下 $(\vec{B} = const)$ 以移動線圈改變線圈面積來產生感應電動勢

⇒

$$\Phi_B(t) = \vec{B}(t) \cdot \vec{A}(t) = B_0 l \times x(t)$$

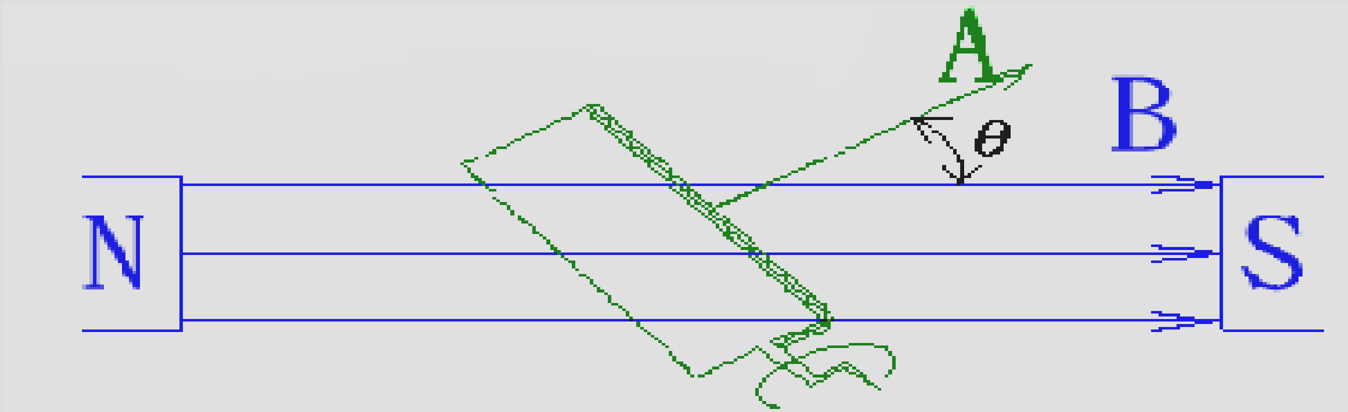
$$\frac{d\Phi_B}{dt} = B_0 l \cdot \frac{dx(t)}{dt} = B_0 l \times v(t)$$

$$\varepsilon_{IND} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B_0 l \times v(t)$$



$$V(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

9. 發電機 (Electric Generator)



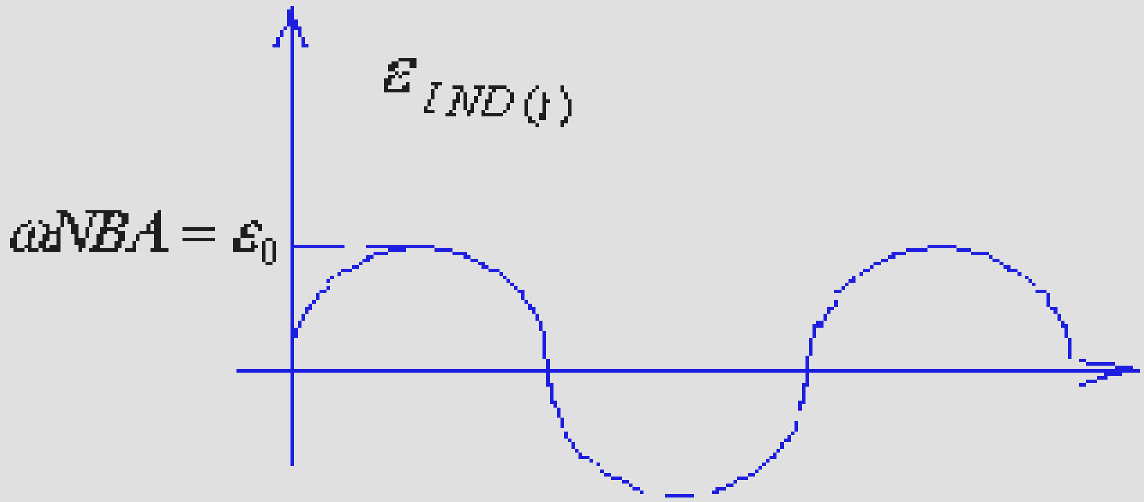
⇒ 磁通量的交流變化，在多層線圈中產生感應的交流電動勢

$$\Rightarrow \Phi_B(t) = B \cdot A = B_0 A \cos\theta$$ [一圈磁通量]

$$\Phi_B(t) = NB \cdot A = NB_0 A \cos\theta$$ [N圈磁通量]

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = NB_0 A(-\omega \sin\omega t) = -NB_0 A\omega \sin\omega t$$

感應交流電動勢



$$\varepsilon_{IND} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = NBA\omega \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

★★★★ 10. Maxwell Electromagnetic Equations

電磁四大方程式 (必考)

<1>電場之高斯定律 $\Rightarrow \Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{Q_E}{\varepsilon_0}$

<2>磁場之高斯定律 $\Rightarrow \Phi_B = \oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \mu_0 Q_B = \mu_0 (Q_N + Q_S) = 0$

<3>法拉第定律 $\Rightarrow \varepsilon_{IND} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 +$ ***Kirchhoff's 2nd Law***

[磁生電] $(-\dfrac{d\Phi_B}{dt})$

<4> 安培定律 $\Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 (I_{DC} + I_{AC}(t))$

[電生磁]

$$= \mu_0 I_{DC} + \mu_0 \frac{dQ_E(t)}{dt} \qquad (Q_E(t) = \varepsilon_0 \Phi_E(t))$$

$$= \mu_0 I_{DC}$$

$$+ \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E(t)}{dt}$$

位移電流

(Displacement Current)

= 電通量的瞬間變化量

將Maxwell方程式法拉第定律的

偏微分形式　轉成　積分型態

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

⟺

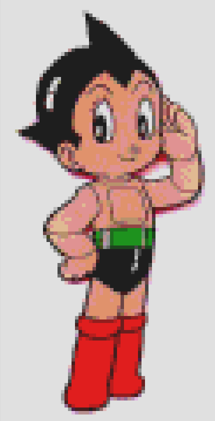
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \xi mf$$

$$= -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\Phi_S}{dt}$$

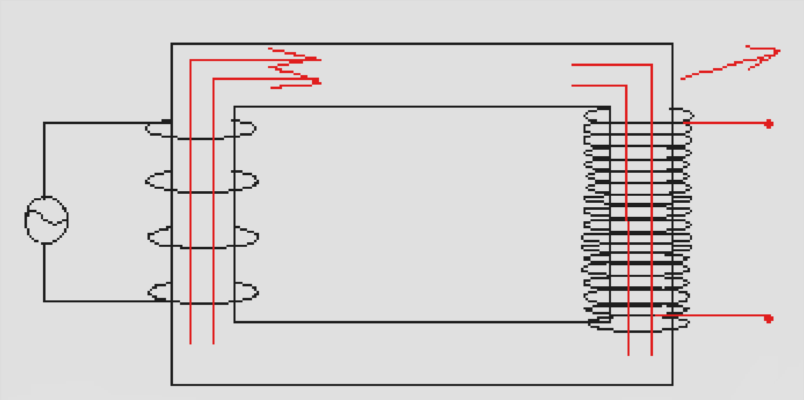
例14：自行設計一交流發電機，已知$B_o=10^2$，線圈數N=100圈，若供台南地區110V家庭用電，求線圈面積應為多少？

(f = 60Hz)

請回家練習！



變壓器 (*Transformer*)



$$\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)$$

$$V_P = -N_P \frac{d\Phi_P}{dt} \qquad V_S = -N_S \frac{d\Phi_S}{dt}$$

$$\frac{d\Phi_P}{dt} = \frac{d\Phi_S}{dt} = \frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S} \Rightarrow \frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P} = -\frac{I_P}{I_S}$$

因為功率傳輸是無損耗的

$$P_P + P_S = 0 \qquad I_P V_P + I_S V_S = 0 \qquad \frac{V_S}{V_P} = -\frac{I_P}{I_S}$$