第 24 章　高斯定律　本章習題

1. (I) 尺寸為 4 cm × 6 cm 的平板與均勻電場 $\mathbf{E} = -600\mathbf{j}$ N/C 的夾角為 37°，如圖 24.18。通過此平板的通量為何？

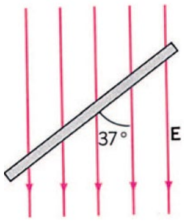


圖 24.18

答：

$\phi = EA\cos 53° = 0.867\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$

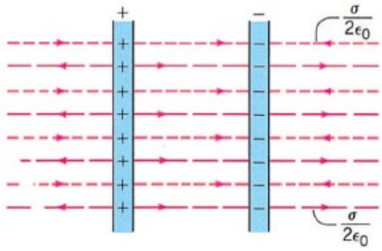
2. (I) 兩無窮導電平板被互相平行放置。它們具有大小相等極性相反的面電荷密度$\pm\sigma$ C/m^2。其淨電場為何：(a) 於平板間區域；(b) 不在平板間區域？

答：

請先畫出各區之電場大小、方向分佈之簡圖，再由向量求出總電場。

(a) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

(b) 0



3. (I) 一半徑 12 cm 的圓盤，其盤面與均勻電場 $\mathbf{E} = 450\mathbf{i}$ N/C 夾角 30°，如圖 24.19 所示。此圓盤上的電通量為何？

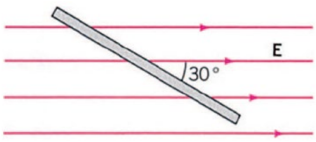


圖 24.19

答：

$\Phi = EA\cos 60° = 450\times\pi\times 0.12^2\cos 60° = 10.2$ N・m^2/C

4. (I) 一均勻電場 E 平行於半徑為 R 的半圓球中心軸，如圖 24.20 所示。此半圓球的電通量為何？

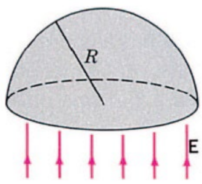


圖 24.20

答：

Projected area is πR^2, so $\Phi = \pi R^2 E$.

5. (I) 邊長 12 cm 的四方板放在 xy 平面上，空間中有均勻電場 $\mathbf{E} = 70\mathbf{i} + 90\mathbf{k}$ N/C。此平板上的通量為何？

答：

$\Phi = E \cdot A = (70\mathbf{i} + 90\mathbf{k}\ \text{N/C}) \cdot (144 \times 10^{-4}\mathbf{k}\ \text{m}^2) = 1.30\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$

6. (I) 在邊長 10 cm 立方體高斯面上，每一平面的通量為 $3 \times 10^4\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$。則高斯面所包圍的淨電荷量為何？

答：

$$6 \times 3 \times 10^4 = \frac{\Sigma Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Sigma Q = 1.6 \times 10^{-6} C$$

7. (I) 16 μC 點電荷被放在具一 8 μC 均勻分布的導電球殼中央。(a) 求球殼內部及外部的電場；(b) 球殼內、外表面上的電荷為何？

答：

$$\phi = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \Sigma Q$$

(a) 內部：$E = \dfrac{16 \times 10^{-6} k}{r^2} = \dfrac{1.44 \times 10^5}{r^2}$

外部：$E = \dfrac{8 \times 10^{-6} k}{r^2} = \dfrac{7.2 \times 10^4}{r^2}$

(b) 內部：$\Sigma Q = 16\ \mu\text{C}$

外部：$\Sigma Q = 8\ \mu\text{C}$

8. (I) 一半徑 8 cm 的球形導體，具均勻面電荷密度 0.1 nC/m^2。求：(a) 在表面；(b) 在離中心 10 cm 處之電場。

答：

(a) $Q = 4\pi R^2 \sigma = 8.04 \times 10^{-12}$ C,　$E = kQ/R^2 = 11.3$ N/C

(b) $E = kQ/r^2 = 7.23$ N/C

9. (I) 一導電球殼上均勻分布$-8\ \mu$C 的電荷，若將 16 μC 的點電荷放在球殼中央。求：(a) 球殼內部及外部之電場；(b) 球殼內、外表面上的電荷；(c) 繪出電力線。

答：

高斯定律：$\phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = 4\pi k \sum Q = \dfrac{\sum Q}{\varepsilon_0}$

(a) 內部：$\phi = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k(16\times10^{-6})$， $E = 1.44 \times 10^5/r^2$

外部：$\phi = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k(16-8)\times10^{-6}$， $E = 0.72 \times 10^5/r^2$

(b) 殼內：$-16\ \mu$C

殼外：$+8\ \mu$C

10. (I) 兩無窮平行荷電薄片，具有相同面電荷密度 σ C/m^2。則下列區域之電場為何？(a)在兩薄片之間；(b) 在兩薄片外側？

答：

(a) 0

(b) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

11. (I) 半徑為 3 cm 的帶正電金屬球，被放在半徑 5 cm 的金屬殼中心(圖 24.21)，此兩球帶電大小相等，而極性相反的面電荷密度±9 μC/m^2，求下列的電場強度大小：(a) 距球心 2 cm 處；(b) 距球心 4 cm 處；(c) 距球心 6 cm 處？

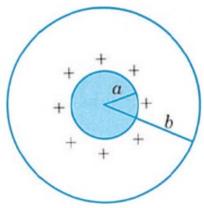


圖 24.21

答：

$\phi = E \cdot\ 4\pi r^2 = 4\pi k \Sigma Q$

(a) $r = 2$ cm, $\Sigma Q = 0\ \therefore E = 0$

(b) $r = 4$ cm, $\phi = E \cdot 4\pi(0.04)^2 = 4\pi k(9\times10^{-6}\cdot\ 4\pi(0.03)^2)$, $E = 572555$ N/C

(c) $r = 6$ cm, $\phi = E \cdot 4\pi(0.06)^2 = 4\pi k(9\times10^{-6}\cdot\ 4\pi(0.03)^2 - 9\times10^{-6}\cdot\ 4\pi(0.05)^2)$,

$E = -452389$ N/C

12. (I) 一導體有面電荷密度 σ C/m^2。證明：導體表面每單位面積的受力為 $\sigma^2/2\varepsilon_0$ N/m^2。(提示：表面電場有兩個貢獻來源。另外，靜止電荷不會對自己的電場感應到作用力。)

答：略

13. (I) 一長直同軸電纜線(圖 24.22) 的內部金屬線半徑為 a，帶有線電荷密度 λ_1 C/m；外部圓柱殼半徑為 b，帶有 λ_2 C/m 的線電荷密度。若電纜外部電場為零，求 λ_1 及 λ_2 間的關係。

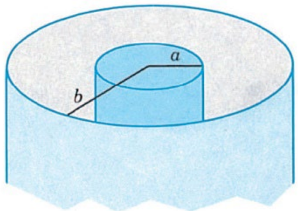


圖 24.22

答：

由例題 24.5 可知 $E=2k\lambda/r$, $\therefore \sum E=0=\dfrac{2k(\lambda_1+\lambda_2)}{r}$

因此必為 $\lambda_2=-\lambda_1$

14. (I) 60 μC 電荷被放置於邊長 10 cm 的立方體中心。(a) 通過此立方體的總通量為何？(b) 通過一面的通量為何？(c) 如果電荷不在中央，(a) 或(b) 的答案是否會改變？

答：

(a) $\phi=4\pi k\Sigma Q=\Sigma Q/\varepsilon=(60\times10^{-6})/(8.85\times10^{-12})=6.78\times10^{6}\ \mathrm{N\times m^2/C}$

(b) $E=6.78\times10^{6}/6=1.13\times10^{6}\ \mathrm{N/C}$

(c) (a)不會改變；(b)會改變。

15. (II) 兩長平行電線相距 2 cm，分別帶電±3 μC/m 的線電荷密度，求兩線中點處的電場強度大小？。

答：

請先畫出簡圖，並分析電場大小、方向分佈，再由向量求出總電場。

$$E=2\left(\frac{2k\lambda}{r}\right)=\frac{2\times2\times9\times10^{9}\times3\times10^{-6}}{0.01}=1.08\times10^{7}\ \mathrm{N/C}$$