

第 7 章 功與能 本章習題

1. (II) 質量為 m 的板條箱落在以等速率 v 移動的輸送帶上(圖 7.14)，動摩擦係數為 μ_k 。(a) 動摩擦力所作的功為何？(b) 板條箱在到達最終速率之前走了多遠？(c) 在板條箱到達最終速率時，輸送帶移動多遠？

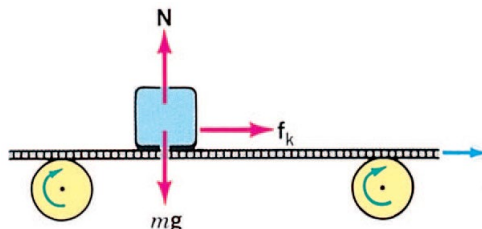


圖 7.14

答：

- (a) 板條箱剛落到輸送帶的時候，兩者間會產生滑動。但板條箱所受的摩擦力與其位移方向相同。因此動摩擦力所作的功為正。因板條箱的最終速率為 v ，故

$$W_f = \Delta K = +\frac{1}{2}mv^2 \quad (i)$$

- (b) 摩擦力為 $f = \mu_k N = \mu_k mg$ ，而 $W_f = +fd$ 。故依(i)式，

$$+\mu_k mgd = +\frac{1}{2}mv^2 \quad (ii)$$

由此可得 $d = v^2 / (2\mu_k g)$

- (c) 假設板條箱到達速率 v 所需的時間為 t ，則 $v = at$ ，其中的 a 為板條箱的加速度。在這段時間內它移動了 $d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}vt$ 。由於輸送帶速率固定，因此它在時間 t 內移動的距離為 $vt = 2d$ 。在板條箱加速期間，輸送帶移動的距離是板條箱的兩倍。

2. 2000 kg 的電梯與 1800 kg 的配重塊相連。馬達需供給多大的功率，才能使電梯以 0.4 m/s 上升？

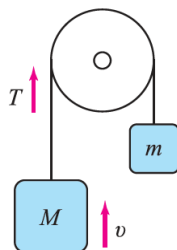


圖 7.15

答：

因為是等速運動，因此合力為零，

$$\sum F_y = 0$$

$$mg + T - Mg = 0$$

所以

$$T = (M - m)g = (2000 - 1800) \times 9.8 = 1960 \text{ N}$$

輸出功率為

$$P = Tv = 1960 \times 0.4 = 784 \text{ W}$$

3. (I) 以與水平向上夾 37° ，大小為 10 N 的力，拉一 2 kg 的木塊，使其沿光滑水平面移動 3 m 之距離。此力對木塊所作的功為何？

答：

$$W = F s \cos \theta = 10 \times 3 \times \cos 37^\circ = 24 \text{ J}$$

4. (I) $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k} \text{ N}$ 之力作用於一 0.3 kg 之質點上，使其從 $\mathbf{r}_1 = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k} \text{ m}$ 的初位置，移動到 $\mathbf{r}_2 = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - \mathbf{k} \text{ m}$ 的末位置。此力對質點所作的功為何？

答：

$$W = (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}) \cdot (2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}) = (2)(2) + (-3)(-2) + (1)(-4) = 6 \text{ J}$$

5. (I) 一人以 80 N 平行於斜面的力，將一 10 kg 的板條箱推上 30° 的斜面 3 m 遠。設摩擦力為 22 N ，試求(a) 人；(b) 重力；(c) 摩擦力所作的功。

答：

$$(a) W_P = Fs = 80 \times 3 = 240 \text{ J}$$

$$(b) W_g = -mg\Delta y = -mg(s \times \sin 30^\circ) = -10 \times 9.8 \times 3 \times \sin 30^\circ = -147 \text{ J}$$

$$(c) W_f = -fs = -22 \times 3 = -66 \text{ J}$$

6. (I) 割草機受 40 N 的水平力推動而等速度率前進。其刀片直徑為 50 cm 。割除一片 $10 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ 的草地所需作的功為何？

答：

$$\text{割草機移動的總距離：} s = (10 \text{ m}) \times (20/0.5) = 400 \text{ m}$$

$$\text{割草機所作的功：} W = Fs = (40 \text{ N}) \times (400 \text{ m}) = 16 \text{ kJ}$$

7. (I) 研磨刀具時，以徑向朝內的 20 N 力把刀具固定於半徑為 4 cm 的砂輪上，如圖 7.16 所示。若動摩擦係數為 0.4 ，則砂輪轉 12 圈，對刀具所作的功為何？

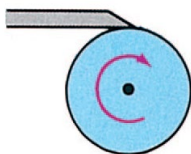


圖 7.16

答：

$$W = fs = (N\mu)(12 \times 2\pi r) = (20 \times 0.4)(12 \times 2\pi r) \\ = (8)(12 \times 2 \times 3.14 \times 0.04) = 24.1 \text{ J}$$

8. (II) 一個 1.8 kg 的物塊沿 $\mu_k = 0.25$ 的表面等速率移動。其位移達 2 m。所受到的是水平朝上 45° 的拉力，如圖 7.17 所示。試求下列各力對物塊所作的功：(a) 力 F ；(b) 摩擦力；(c) 重力。

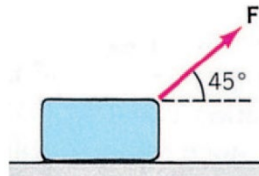


圖 7.17

答：

$$\Sigma F_y = N + F\sin\theta - mg = 0 \rightarrow N = mg - F\sin\theta \\ \Sigma F_x = F\cos\theta - f = 0 \rightarrow F\cos\theta = f = N\mu = (mg - F\sin\theta)\mu \\ \rightarrow F = \mu mg / (\cos\theta + \mu\sin\theta) = 4.99 \text{ N}$$

- (a) $W_F = Fs\cos\theta = 4.99 \times 2 \times \cos 45^\circ = 7.06 \text{ J}$
(b) $W_f = -fs = -N\mu s = -(mg - F\sin\theta)\mu s = -7.06 \text{ J}$
(c) $W_g = (mg)(s)\cos 90^\circ = 0$

9. (II) 若將習題 9 中的力，改為水平向下夾 45° 的推力推木塊，如圖 7.18 所示，則各答案將為何？

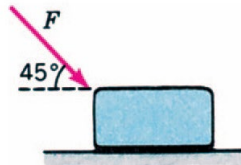


圖 7.18

答：

$$\Sigma F_y = N - F\sin\theta - mg = 0 \rightarrow N = mg + F\sin\theta \\ \Sigma F_x = F\cos\theta - f = 0 \rightarrow F\cos\theta = f = N\mu = (mg + F\sin\theta)\mu \\ \rightarrow F = \mu mg / (\cos\theta - \mu\sin\theta) = 8.32 \text{ N}$$

- (a) $W_f = Fs\cos\theta = 8.32 \times 2 \times \cos 45^\circ = 11.8 \text{ J}$
(b) $W_f = -fs = -N\mu s = -(mg + F\sin\theta)\mu s = -11.8 \text{ J}$
(c) $W_g = (mg)(s)\cos 90^\circ = 0$

10. (I) 一個 60 kg 的滑雪者沿 25° 的斜坡向下滑行 200 m。由(a) 重力及(b) 20 N 的摩擦力對滑雪者所作的功為何？

答：

(a) $W_g = -mg\Delta y = +mg s \sin\theta = 60 \times 9.8 \times 200 \times \sin 25^\circ = 49.7 \text{ kJ}$

(b) $W_f = -fs = -fs = -20 \times 200 = -4 \text{ kJ}$

11. (I) 一力隨位置而變化，如圖 7.19 所示。試求(a) 從 $x = -4 \text{ m}$ 到 $+4 \text{ m}$ ；(b) 從 $x = 0$ 到 -2 m 時，此力所作的功。

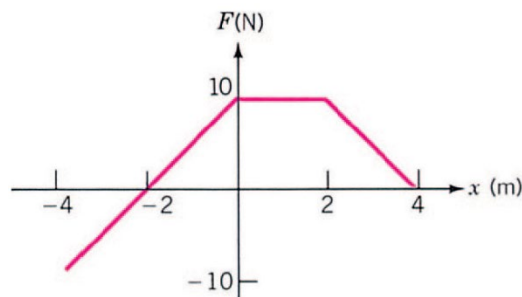


圖 7.19

答：

(a) 功 = F - x 函數圖形 ($x: -4 \rightarrow +4$) 面積 = $+30 \text{ J}$ (位移與力皆為正)

(b) 功 = F - x 函數圖形 ($x: 0 \rightarrow -2$) 面積 = -10 J (位移為負，力為正)

12. (I) 一力隨位置改變，描繪在圖 7.20 中。試求所作的功，當(a) 從 $x = -A$ 到 $x = 0$ ；(b) 從 $x = +A$ 到 $x = 0$ 。

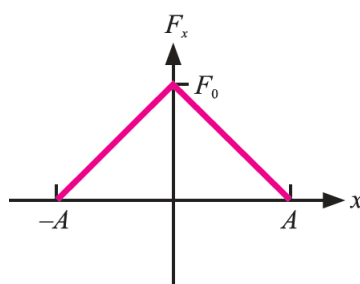


圖 7.20

答：

(a) 功 = F - x 函數圖形 ($x: -A \rightarrow 0$) 面積 = $(1/2)F_0A$

(b) 功 = F - x 函數圖形 ($x: +A \rightarrow 0$) 面積 = $-(1/2)F_0A$

13. (II) 一半徑 $r = 3 \text{ cm}$ 的滑輪有一把手，可在半徑 $R = 10 \text{ cm}$ 的圓周上轉動，如圖 7.21 所示。若一質量為 5 kg 的水桶，以 2 m/s 的等速率被提起，則在 8 s 時間內，必須作多少功？



圖 7.21

答：

$$W = FS = (mg)(v\Delta t) = (5 \times 9.8)(2 \times 8) = 784 \text{ J}$$

14. (I) 某機車能以 $3 \times 10^4 \text{ N}$ 的力拉火車。它拉著 20 節車廂，每節的質量為 $2 \times 10^4 \text{ kg}$ 。車廂受到相當於其重量 0.5% 的滾動摩擦力。(a) 火車由靜止出發，前行 1 km 時，機車對火車(不含機車) 所作的功為何？(b) 在 1 km 處的速率為何？

答：

$$(a) W_{eng} = Fs = (3 \times 10^4)(1 \times 10^3) = 3 \times 10^7 \text{ J}$$

$$(b) W_f = -fs = -(20 \times 2 \times 10^4 \times 9.8 \times 0.05)(1 \times 10^3) = -1.96 \times 10^7 \text{ J}$$

作用在 20 節車廂 ($m = 40 \times 10^4 \text{ kg}$) 上的淨功為：

$$W = W_{eng} - W_f = 3 \times 10^7 - 1.96 \times 10^7 = 1.04 \times 10^7$$

依功能定理： $W = \Delta K = 1/2 mv^2$

$$1/2 mv^2 = 1.04 \times 10^7 \rightarrow v = 7.21 \text{ m/s}$$

15. (I) 一起重機以 0.2 m/s^2 的加速度，把一桶 200 kg 的水泥垂直吊高 6 m。試求：(a) 起重機對該桶所作的功；(b) 重力對該桶所作的功；(c) 該桶動能的變化。

答：

$$(a) T - mg = ma \rightarrow W_C = Ts = m(a+g)s = 200(0.2+9.8)(6) = 12.0 \text{ kJ}$$

$$(b) W_g = -mg \Delta y = -(200)(9.8)(6) = -11.76 \text{ kJ}$$

$$(c) \Delta K = W_C + W_g = 12.0 \text{ kJ} - 11.76 \text{ kJ} = 0.24 \text{ kJ} = 240 \text{ J}$$

16. (I) 艾森豪號(Dwight D. Eisenhower) 航空母艦的質量為 $9.3 \times 10^7 \text{ kg}$ ，巡航速率為 55 km/h。(a) 使它停止所需的功為何？(b) 要以多大的固定作用力才能使它在 5 km 內停下來？(c) 如果只作了使它停止所需功的一半，則其末速率為何？

答：

$$(a) W = \Delta K = 1/2 mv^2 = (1/2)(9.3 \times 10^7)(55000/3600)^2 = -1.09 \times 10^{10} \text{ J}$$

$$(b) \Delta K = -Fs \rightarrow -1.09 \times 10^{10} = -F \times 5000 \rightarrow F = 2.17 \times 10^6 \text{ N}$$

$$(c) K_f = 0.5K_i = 0.5(1.09 \times 10^{10}) = (1/2)mv_f^2 \rightarrow v_f = 10.8 \text{ m/s}$$

17. (I) 將 $k = 45 \text{ N/m}$ 的彈簧槍壓縮 10 cm ，則 2 g 的拋射體射出時的速率為何？

答：

依據能量守恆(動能=彈性能)：

$$(1/2)mv^2 = (1/2)kA^2 \rightarrow v = A(k/m)^{1/2} = (0.1)(45/2 \times 10^{-3})^{1/2} = 15 \text{ m/s}$$

18. (II) 一個水平朝上 60° 的力 $F = 24 \text{ N}$ 作用於 3 kg 的物塊，該物塊與勁度常數 $k = 20 \text{ N/m}$ 的彈簧相連(參見圖 7.22)。假定 $\mu_k = 0.1$ 。此系統在彈簧未伸長時，由靜止開始。若物塊移 40 cm ，試求：(a) F 、(b) 摩擦力及(c) 彈簧所作的功；(d) 物塊的末速率為何？

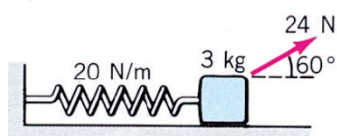


圖 7.22

答：

$$N - mg + F\sin\theta = 0 \rightarrow N = 3 \times 9.8 - 24\sin 60^\circ = 8.62 \text{ N} \rightarrow f = \mu N = 0.86 \text{ N}$$

$$(a) W_F = Fscos\theta = 24 \times 0.4 \times \cos 60^\circ = 4.8 \text{ J}$$

$$(b) W_f = -fs = -0.86 \times 0.4 = -0.34 \text{ J}$$

$$(c) W_{sp} = -(1/2)kA^2 = -(1/2)(20)(0.4)^2 = -1.6 \text{ J}$$

$$(d) W_{NET} = W_F + W_f + W_{sp} = 4.8 - 0.34 - 1.6 = 2.86 \text{ J}$$

$$\text{依功能定理：} W_{NET} = \Delta K = (1/2)mv^2$$

$$\rightarrow (1/2)mv^2 = 2.86 \rightarrow v = 1.38 \text{ m/s}$$

19. (I) 2 kg 質點的速度，從 $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ m/s}$ 變成 $-5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} \text{ m/s}$ 。其動能的改變為何？

答：

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}(2)(\sqrt{(-5)^2 + (2)^2}^2 - \sqrt{(2)^2 + (-3)^2}^2) = 16 \text{ J}$$

20. (I) 火箭動力車藍色火焰(Blue Flame)，在 1970 年創下 1002 km/h 的記錄。其引擎推進力為 $13,000 \text{ lb}$ (58 kN)。該車的最大馬力值為何？

答：

$$P = Fv = (5.8 \times 10^4)(278) = 1.61 \times 10^7 \text{ W}$$

$$= (1.61 \times 10^7 / 746) \text{ hp} = 2.16 \times 10^4 \text{ hp}$$

21. (I) F5.E 戰機的推進力為 $10,000 \text{ lb}$ (44.5 kN)，飛行速率可達 1.6 馬赫。較新穎的 F5.G 則具有 $16,000 \text{ lb}$ (71 kN) 的推進力，飛行速率可達 2.1 馬赫。若

聲速為 330 m/s，求各機種的最大馬力值。

答：

$$P = Fv \rightarrow P_E = Fv = (44.5 \times 10^3)(1.6 \times 330) = 2.35 \times 10^7 \text{ W}$$

$$P_G = Fv = (71 \times 10^3)(2.1 \times 330) = 4.92 \times 10^7 \text{ W}$$

22. (I) 一個 60 kg 的高空跳傘者以 55 m/s 的終端速率下降。因空氣阻力而損耗的功率(以 hp 為單位) 為何？

答：

$$P = Fv = (mg)(v) = 60 \times 9.8 \times 55 = 3.234 \times 10^4 \text{ W}$$

$$= (3.234 \times 10^4 / 746) \text{ hp} = 43.4 \text{ hp}$$

23. (II) 一 0.25 kg 的質點所受到的力，描繪在圖 7.23 中。質點是以 20 m/s 的速率，從右方向原點運動。(a) 試求當質點從 $x = 6 \text{ m}$ 移動到 $x = 0$ 時，用力所作的功；(b) 當質點到達原點時的動能為何？

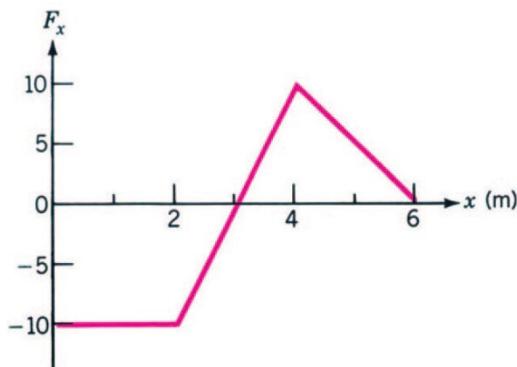


圖 7.23

答：

(a) 功 = F - x 函數圖形 ($x: 6 \rightarrow 0$) 面積 = +10 J (提醒：位移為負)

$$(b) K_i = (1/2)(0.25)(20^2) = 50 \text{ J} \rightarrow K_f = 50 + 10 = 60 \text{ J}$$

24. (I) 一 2 kg 的木塊，以 3 m/s 的速率，沿 15° 的斜面上拋。若 $\mu_k = 0.2$ ，試用功-能定理求出，木塊在停止前所滑行的距離。

答：

$$K = U + W_f \rightarrow (1/2)mv^2 = mgS\sin 15^\circ + [(mg\cos 15^\circ)\mu_k S]$$

$$\rightarrow (1/2)v^2 = gS\sin 15^\circ + [(g\cos 15^\circ)\mu_k S]$$

$$\rightarrow (1/2) \times 3^2 = 9.8S \times 0.259 + [(9.8 \times 0.966) \times 0.2S] = 4.43S$$

$$\rightarrow S = 1.02 \text{ m}$$

25. (I) 絞車以 0.5 m/s 的速率，拉著 200 kg 的板條箱沿 15° 的斜面運動(見圖 7.24)。動摩擦係數 $\mu_k = 0.2$ 。問：當板條箱向上運動時，所需的功率為何？

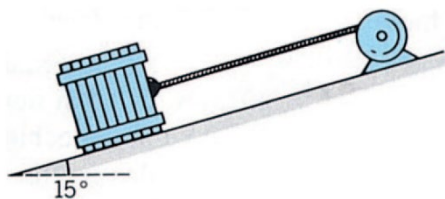


圖 7.24

答：

$$P = Tv = (mg\sin\theta + f)v = (mg\sin\theta + mg\cos\theta\mu_k)v$$

$$= (200 \times 9.8 \sin 15^\circ + 200 \times 9.8 \cos 15^\circ \times 0.2)(0.5) = 443 \text{ W}$$

26. (I) 一個 2 kg 的物塊在桌面上作半徑為 1.2 m 的圓周運動。轉一圈後，其速率由 8 m/s 降至 6 m/s。它在停下來以前還能再轉幾圈？

答：

物塊轉一圈後損失的動能=摩擦力在轉動過程所作的功：

$$(1) \Delta K = -f_k S$$

$$\rightarrow (1/2)mv^2 - (1/2)mv_0^2 = -(mg\mu)(2\pi r)$$

$$\rightarrow (1/2)(2)(6^2) - (1/2)(2)(8^2) = -(2 \times 9.8 \times \mu_k)(2 \times \pi \times 1.2) \rightarrow \mu_k = 0.19$$

$$(2) \Delta K = -f_k S$$

$$\rightarrow 0 - (1/2)mv^2 = -N(mg\mu)(2\pi r)$$

$$\rightarrow 0 - (1/2)(2)(6^2) = -N(2 \times 9.8 \times 0.19)(2 \times \pi \times 1.2)$$

$$\rightarrow N = 1.28 \text{ (圈)}$$

27. (I) 圖 7.25 中，在斜面上有一個 2 kg 的物塊繫於彈力常數 $k = 20 \text{ N/m}$ 的彈簧上。動摩擦係數為 $\mu_k = 1/6$ 。物塊在彈簧未伸長時從靜止出發。它向下滑行 40 cm 後，求：(a) W_{sp} ；(b) W_f ；(c) W_g ；(d) 物塊的速率；(e) 彈簧的最大伸長量為何？

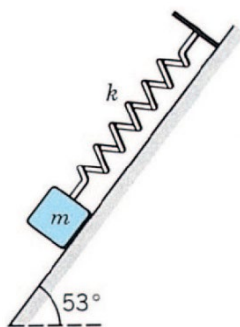


圖 7.25

答：

$$(a) W_{sp} = -(1/2)kx^2 = -(1/2)(20)(0.4)^2 = -1.6 \text{ J}$$

$$(b) W_f = -(mg\cos\theta\mu)S = -(2)(9.8)(\cos 53^\circ)(1/6)(0.4) = -0.79 \text{ J}$$

- (c) $W_g = +mg \sin \theta S = (2)(9.8)(\sin 53^\circ)(0.4) = +6.26 \text{ J}$
 (d) $\Delta K = W_{net} \rightarrow (1/2)mv^2 = W_{sp} + W_f + W_g = 5.45 \text{ J} \rightarrow v = 1.97 \text{ m/s}$
 (e) $W_g + W_{sp} + W_f = 0 \rightarrow (mg \sin \theta)d - (1/2)kd^2 - (mg \cos \theta)\mu d = 0$
 $\rightarrow (2)(9.8)(\sin 53^\circ) - (1/2)(20)d - (2)(9.8)(\cos 53^\circ)(1/6) = 0$
 $\rightarrow d = 1.37 \text{ m}$

28. (I) 人在水平面上行走，而將跨過滑輪懸掛的 25 kg 板條箱拉高，如圖 7.26 所示。人走了 2 m 後，繩子與水平的夾角從 45° 變成 30° 。如果板條箱是以等速率上升，則此人作了多少功？

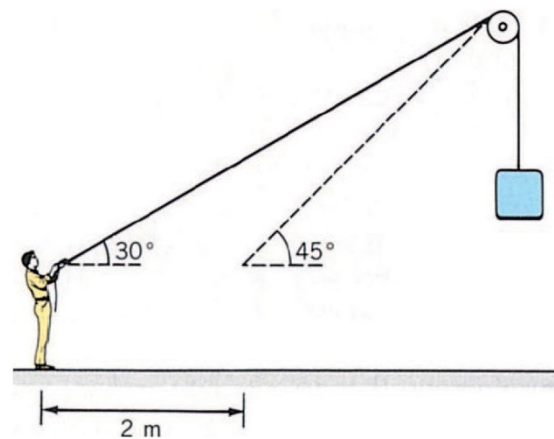


圖 7.26

答：

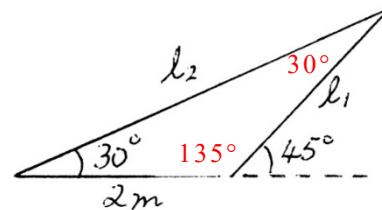
依據正弦定律：

$$2/\sin 15^\circ = \ell_1/\sin 30^\circ = \ell_2/\sin 135^\circ$$

$$\rightarrow \ell_1 = 3.86 \text{ m}, \ell_2 = 5.46 \text{ m}$$

$$\rightarrow \Delta \ell = 1.6 \text{ m} \text{ (繩子被拉動的長度)}$$

$$\rightarrow W = mg \Delta \ell = 25 \times 9.8 \times 1.6 = 392 \text{ J}$$



29. (I) 質量為 $2 \times 10^5 \text{ kg}$ 的火箭在地面上由靜止出發，以 4 m/s^2 垂直向上加速。當速率為 50 m/s 時，引擎的瞬時功率為何？忽略空氣阻力及火箭質量的變化。

答：

解法 1：

火箭受到兩個作用力，向上的推進力 F 及其重量 mg 。因加速度朝上，故得 $(F - mg) = ma$ 。依照 7.12 式，瞬時功率為

$$P = Fv = m(g + a)v = 1.4 \times 10^8 \text{ W}$$

這大約等於 190,000 hp，相當於瑪麗皇后號之類的大型船隻的功率。

解法 2：

本題也可用略為不同的方式來解答。當火箭在高度為 y ，速率為 v 時，引擎所

作的總功為

$$W = mgy + \frac{1}{2}mv^2$$

瞬時功率為

$$P = \frac{dW}{dt} = mg \frac{dy}{dt} + m\upsilon \frac{d\upsilon}{dt} = m(g + a)\upsilon$$

結果與前面相同。(實際上火箭的質量並非定值，因為燃燒一直在耗用而排出，並且通常會拋棄其中的一兩節)