

第 18 章 溫度、熱膨脹、理想氣體定律 本章習題 解答

1. (I) 轉換下列溫度成華氏溫度：(a) 鉛的熔點 327°C ；(b) 氫的沸點 -253°C ；
(c) 沙漠氣溫 45°C 。

答：

利用 $T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}T(^{\circ}\text{C}) + 32$ ，可得

$$(a) 327^{\circ}\text{C} \Rightarrow 621^{\circ}\text{F}$$

$$(b) -253^{\circ}\text{C} \Rightarrow -423.4^{\circ}\text{F}$$

$$(c) 45^{\circ}\text{C} \Rightarrow 113^{\circ}\text{F}$$

2. (I) 在什麼溫度時攝氏和華氏溫標有相同數值？

答：

由 $T = \frac{9}{5}T + 32$ ，可得 $T = -40 (^{\circ}\text{F}) = -40 (^{\circ}\text{C})$

3. (I) 水銀溫度計的液柱長在 0°C 時為 10 cm 而 100°C 時為 25 cm。求：(a)
對應於 15 cm 液柱長之溫度；(b) 70°C 時之液柱長。

答：

$$(a) \frac{100-0}{25-10} = \frac{T-0}{15-10} \Rightarrow T = \frac{(100)(5)}{15} = 33.3 (^{\circ}\text{C})$$

$$(b) \frac{100-0}{25-10} = \frac{70-0}{L-10} \Rightarrow L = \frac{(70)(15)}{100} + 10 = 20.5 (\text{cm})$$

4. (I) 溫度 15°C 時汽車輪胎內部體積為 0.015 m^3 、絕對壓力為 300 kPa。經過一段長途行駛後，輪胎內部絕對壓力升至 330 kPa。設過程中輪胎體積不變，(a) 輪胎內部空氣之溫度是多少？(b) 若壓力要恢復至 300 kPa，輪胎內的空氣需放出多少質量才可以？令空氣的等效分子量為 29 g/mole 。

答：

- (a) 因輪胎的體積與氣體莫耳數是固定的，由理想氣體狀態方程式得知

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{300\text{k}}{(273+15)} = \frac{300\text{k}}{T_2} \therefore T_2 = 316.8 \text{ K} = 43.8 ^{\circ}\text{C}$$

- (b) 當 $P_2 = 330 \text{ kPa}$ ， $T_2 = 316.8 \text{ K}$ 時，輪胎內部氣體莫耳數(n_2)為

$$P_2 V_2 = n_2 R T_2, 330000 \times 0.015 = n_2 \times 8.314 \times 316.8 \therefore n_2 = 1.88 (\text{mole})$$

當輪胎壓力降至 300 kPa (體積與溫度不變) 時，氣體莫耳數(n')降為

$$300000 \times 0.015 = n' \times 8.314 \times 316.8 \therefore n' = 1.71 (\text{mole})$$

$$\text{需放出氣體 } \Delta m = \Delta n \times \text{分子量} = (1.88 - 1.71) \times 29 = 4.93 (\text{g})$$

5. (I) 試證在 0°C 和 1 atm 下，理想氣體單位體積所含的分子數是 2.7×10^9

molecule/cm³。

答：

$$PV = nRT \Rightarrow 1.013 \times 10^5 \times 1 = n \times 8.314 \times 273.15$$

$$\begin{aligned} n &= 44.6 \text{ (mole/m}^3\text{)} = 44.6 \times 6.02 \times 10^{23} \times 10^{-6} \text{ (molecules/cm}^3\text{)} \\ &= 2.69 \times 10^{19} \text{ (molecules/cm}^3\text{)} \end{aligned}$$

6. (I) 圓柱形容器含 1 kg 的氧氣且壓力為 3 atm。 (a) 若在同溫下以 1 kg 的氮取代原來的氧，其壓力為何？ (b) 在原來相同溫度下若要產生 2 atm 的壓力，氮的質量要多少？

答：

(a) $PV = nRT$ 且 $n = m/M$ ，因此 $P \propto n \propto 1/M$

$$P_2 = (M_1/M_2)P_1 = 3.43 \text{ (atm)}$$

$$(b) m_2/m_1 = P_2/P_1 = 2/3.43 = 0.583 \text{ (kg)}$$

7. (II) 在 20°C 及 200 kPa 下有 2 mol 的氮氣。求：(a) 氣體體積；(b) 若氣體加熱至 40°C 且壓力減少 30%，新體積為何？

答：

$$(a) V = nRT/P = 2.44 \times 10^{-2} \text{ (m}^3\text{)} = 24.4 \text{ (L)}$$

$$(b) 140000V = 2 \times 8.314 \times 313, \text{ 故 } V = 0.0372 \text{ (m}^3\text{)} = 37.2 \text{ (L)}$$

8. (II) α 和 β 在等向性固體(固體的物理性質與方向無關者)的關係為何？

答：

$$\beta = 3\alpha$$

9. (I) 在 3 atm 下及 300 K 溫度時有 2 mol 的氮氣。(a) 該氣體體積為何？(b) 在等溫下該氣體膨脹至壓力變為 1 atm，其新體積為何？

答：

$$(a) PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{2 \times 8.314 \times 300}{3 \times 1.01 \times 10^5} = 0.0165 \text{ (m}^3\text{)} = 16.5 \text{ (L)}$$

$$(b) \text{ 因為 } n、T \text{ 不變，故 } PV = P'V' \Rightarrow 3 \times 16.5 = 1 \times V' \Rightarrow V' = 49.5 \text{ (L)}$$

10. (II) 一木屋體積為 220 m³。求：(a) 20°C 和 1 atm 下屋內空氣的質量；(b) 若設木屋是密不通風且溫度變為 25°C 時，求屋內之氣壓；(c) 若木屋並非密不通風，當溫度升高時有多少質量之空氣排出至屋外？設空氣的有效質量為 29 g/mol。

答：

$$(a) 1.013 \times 10^5 \times 220 = n \times 8.314 \times 293 \therefore n = 9149 \text{ (mole)} = 265309 \text{ (g)} = 265.309 \text{ (kg)}$$

$$(b) \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{293} = \frac{P_2}{298} \Rightarrow P_2 = 1.017 \text{ (atm)}$$

(c) 窗戶打開，壓力將下降溫度至 20°C，氣體將排出戶外

$$P_2 V_2 = n_2 R T \Rightarrow 1.017 \times 1.013 \times 10^5 \times 220 = n_2 \times 8.314 \times 293 \quad \therefore n_2 = 9304 \text{ (mole)}$$

$$\Delta n = n_2 - n_1 = (9304 - 9149) \text{ (mole)} = 155 \text{ (mole)}$$

$$= 155 \times 29 \text{ (g)} = 4495 \text{ (g)} = 4.495 \text{ (kg)}$$

11. (II) 0°C 和 1 atm 下，邊長 10 cm 之密封立方盒內充滿氧氣，將溫度升至 30°C，則氣體作用於每一盒面的力量為何？

答：

$$P_2/P_1 = T_2/T_1, \text{ 故 } P_2 = (303/273)(101 \text{ kPa}) = 112 \text{ (kPa)}$$

$$F = P_2 A = 1120 \text{ (N)}$$

12. (II)(a) 兩莫耳理想氣體壓力為 100 kPa 體積 16 L，其溫度為何？(b) 在等壓下體積加熱至 32 L，其新溫度為何？(c) 若體積保持 32 L，溫度加熱至 450 K，其新壓力為何？

答：

$$(a) T = PV/nR = 96.2 \text{ (K)}$$

$$(b) T_2 = 2T_1 = 192 \text{ (K)}$$

$$(c) P = nRT/V = 234 \text{ (kPa)}$$

13. (I) 定容氣體溫度計中壓力為 0.02 atm，溫度為 100°C。估計：(a) 水三相點的壓力；(b) 壓力為 0.027 atm 時之溫度。

答：

$$(a) P_{\text{tr}} = 273.16 P/(373.15) = 0.0146 \text{ (atm)}$$

$$(b) T = 273.16 P/P_{\text{tr}} = 503.7 \text{ (K)}$$

14. (I) 定容溫度計中泡狀體容器內的壓力在水的三相點時為 40 mm 水銀柱。計算：(a) 300 K 時之壓力；(b) 壓力為 25 mm 水銀柱時之溫度。

答：

$$(a) P = (300/273.16)(40 \text{ mm}) = 43.9 \text{ (mm Hg)}$$

$$(b) T = (25/40) \times 273.16 = 171 \text{ (K)}$$

15. (I) 在機械工廠中做長度標準用的鋼製量規，溫度 20°C 時長 5.0000 cm。在可容誤差為 ±0.01 mm 之溫度範圍為何？

答：

$$\pm 10^{-5} = \alpha L \Delta t = 11.7 \times 10^{-6} \times 0.05 \times \Delta T, \text{ 故 } \Delta T = \pm 17.1 \text{ (°C)}$$

可得溫度範圍為 2.9 (°C) 至 37.1 (°C)

16. (I) 在 15°C 時刻劃製成的鋼尺，在 27°C 時 60 cm 讀數的誤差為何？

答：

$$\Delta L = \alpha L \Delta T = 11.7 \times 10^{-6} \times 60 \times (27 - 15) = 8.42 \times 10^{-3} \text{ (cm)}$$

17. (I) 在溫度 20°C 時將半徑 2.000 cm 的銅球置於一半徑為 1.990 cm 圓洞的鋁板上。在哪個溫度時，銅球正好可以穿越此鋁洞？

答：

$$r_s = 2(1 + 17 \times 10^{-6} \Delta T) ; r_h = 1.99(1 + 24 \times 10^{-6} \Delta T)$$

令 $r_s = r_h$ ，求得 $\Delta T = 726.7^\circ\text{C}$ ，因此 $T \approx 747^\circ\text{C}$

18. (I) 溫度 20°C 時屋內有一長 8 m 的水平鋼樑由一道牆上跨至另道牆上。在一場火災中溫度升至 80°C，此鋼樑長度增加多少？

答：

$$\Delta L = \alpha L \Delta T = 11.7 \times 10^{-6} \times 8 \times (80 - 20) = 0.00563 \text{ (m)} = 5.63 \text{ (mm)}$$

19. (I) 艾菲爾鐵塔是由鋼材製成，溫度 20°C 時高 320 m。在溫度由 -20°C 至 35°C 範圍高度改變多少？

答：

$$\begin{aligned} \Delta L &= \alpha L \Delta T = (11.7 \times 10^{-6})(320)(15 - (-40)) = (11.7 \times 10^{-6})(320)(55) \\ &= 0.206 \text{ (m)} = 20.6 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

20. (I) 一 I 型鋼樑在 20°C 裝設於兩固定牆間。當溫度升至 35°C 時樑的熱應力為若干？鋼的楊氏係數 $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 。

答：

$$F/A = Y \alpha \Delta T = 2 \times 10^{11} \times 11.7 \times 10^{-6} (35 - 20) = 3.51 \times 10^7 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

21. (I) 裝有 5 mol 理想氣體的容器，其溫度為 0°C 壓力為 1 atm。在定容下加熱使其溫度升至 100°C。(a) 新壓力為何？(b) 若欲使壓力恢復至 1 atm 需放掉多少莫耳的氣體？(c) 在氣體放出後再將容器封閉起來並降低溫度至 0°C，現在的壓力為何？

答：

$$(a) P_2 = (373/273)P_1 = 1.37 \text{ (atm)}$$

$$(b) P_2 V = 5R(373) ; P_1 V = 1 V = nR(373) ,$$

$$\text{故 } n = 5(1/1.37) = 3.65 \text{ (mol)} ; \text{因此需放掉 } (5 - 3.65) = 1.35 \text{ (mol)}$$

$$(c) P_3/P_2 = (273/373) , \text{故 } P_3 = 0.732 \text{ (atm)}$$

22. (II) 熱氣球體積為 1200 m^3 ，周圍空氣溫度為 15°C 壓力為 1 atm 。若要抬起共 200 kg 的重量，氣球內的氣溫應上升至多少？設空氣的等效分子量為 29 g/mol 。

答：

$$(\rho - \rho')gV = mg, \text{ 因此 } \rho' = \rho - m/V,$$

$$\rho = PM/RT = 1.223 \text{ (kg/m}^3\text{)}, \text{ 其中 } M = 29 \times 10^{-3} \text{ (kg/mol)}$$

$$\text{由 } (\rho - \rho')gV = mg, (1.223 - \rho')(1200) = 200,$$

$$\rho' = 1.223 - 1/6 = 1.056 \text{ (kg/m}^3\text{)} = PM/RT'$$

$$\text{求得 } T' = 333.6 \text{ (K)} = 60.6 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

23. (II) 在 5°C 時裝有 20 mL 的水在半徑為 1.5 cm 的圓柱狀玻璃試管中有一半徑 1.2 cm 的鋼球。當溫度升至 90°C 時水位的變化為何？

答：

$$\text{在 } 5^\circ\text{C} \text{ 時球與水的體積： } V_1 = 20 \text{ (mL)} + 4\pi R^3/3 = 27.24 \text{ (mL)}$$

$$\text{玻璃體膨脹係數： } 3 \times 9 \times 10^{-6}/\text{K}$$

$$\text{水體膨脹係數： } 2.1 \times 10^{-4}/\text{K}$$

$$\text{鋼體膨脹係數： } 3 \times 11.7 \times 10^{-6}/\text{K}$$

$$\text{溢出的體積 } \Delta V = \Delta V_B + \Delta V_w - \Delta V_G, \text{ 其中 } \Delta V_G \text{ 是玻璃試管改變的體積：}$$

$$\Delta V = [20(2.1 \times 10^{-4}) + (7.24)(35.1 \times 10^{-6}) - (20)(27 \times 10^{-6})] (85^\circ\text{C}) = 0.333 \text{ (mL)},$$

$$\text{所以在 } 90^\circ\text{C} \text{ 的總體積為： } V_2 = 27.57 \text{ (mL)}$$

$$\text{求水在玻璃試管的高度： } V = \pi r^2 h, r_2 = r_1(1 + \alpha \Delta T)$$

$$V_2/V_1 = (r_2/r_1)^2 h_2/h_1 \approx (1 + 2\alpha \Delta T) h_2/h_1;$$

$$V_2/V_1 = 27.57/27.24 = (1 + 18 \times 10^{-6} \times 85) h_2/h_1, \text{ 因此 } h_2 = (1.012)h_1/(1.0015)$$

$$\text{而 } h_1 = 20/\pi(1.5)^2 = 2.829 \text{ (cm)}, \text{ 所以 } h_2 = 2.859 \text{ (cm)},$$

$$\text{因此溫度升至 } 90^\circ\text{C} \text{ 時水位的高度變化為 } \Delta h = 0.30 \text{ (mm)}$$

24. (I) 在 15°C 時鋪設的混凝土板面長 18 m 。(a) 假設預期的最高溫度是 35°C ，板與板間應留多寬的間隙？(b) 若溫度升至 40°C 板內應力為何？(混凝土的楊氏係數 $Y = 2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$)

答：

$$(a) \Delta L = \alpha L \Delta T = 12 \times 10^{-6} \times 18 \times (35 - 15) = 0.00432 \text{ (m)} = 4.32 \text{ (mm)}$$

$$(b) F/A = Y \alpha \Delta T = 2 \times 10^{10} \times 12 \times 10^{-6} \times (40 - 35) = 1200000 \text{ (Pa)} = 1.2 \text{ (MPa)}$$

25. (I) 一鋼棒半徑 2 cm ，兩端被固定並受到 15 kN 的張力負載。下列溫度變化下求棒中的應力：(a) 溫度下降 10°C ；(b) 溫度上升 10°C 。(設鋼的楊氏係數 $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)

答：

$$\Delta F = YA(\alpha \Delta T) = (2 \times 10^{11})(4\pi \times 10^{-4})(11.7 \times 10^{-6})(+10) = 29.4 \text{ (kN)}$$

(a) $F = 44.4\text{kN}$, $\frac{F}{A} = 5.37 \times 10^7 \text{ (N/m}^2\text{)}$

(b) $F = 14.4\text{kN}$, $\frac{F}{A} = 1.15 \times 10^7 \text{ (N/m}^2\text{)}$