

第 5 章 慣性與質點動力學(一) 本章習題 解答

1. (I) 質量 2 kg 之木塊以一細繩懸起，以一水平力推之，使繩與垂直方向成 37° ，求：(a) 該推力之大小？(b) 繩中之張力？

答：

$$\sum F_x = F - T \sin 37^\circ = 0$$

$$\sum F_y = T \cos 37^\circ - mg = 0$$

(a) $F = 14.7 \text{ N}$

(b) $T = 24.5 \text{ N}$

2. (I) 質量 2 kg 之質點受兩力之作用而產生加速度 $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ m/s}^2$ 。若已知其中一力為 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k} \text{ N}$ ，試求另一力 \mathbf{F}_2 ？

答：

已知 $m = 2 \text{ kg}$ ， $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ m/s}^2$

$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = m\mathbf{a}$ ，則 $-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k} \text{ N} + \mathbf{F}_2 = 8\mathbf{i} - 6\mathbf{j}$ 且 $\mathbf{F}_2 = 9\mathbf{i} - 8\mathbf{j} - 3\mathbf{k} \text{ N}$

3. (I) 力 $\mathbf{F}_1 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} \text{ N}$ ， \mathbf{F}_2 大小為 4 N，在第一象限內，與 x 軸成 37° 角，一起作用於質量 200 g 之質點，求質點之加速度。

答：

$\mathbf{F}_1 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} \text{ N}$ 且 $\mathbf{F}_2 = 4 \cos 37^\circ \mathbf{i} + 4 \sin 37^\circ \mathbf{j} = 3.19\mathbf{i} + 2.41\mathbf{j} \text{ N}$ ，

$\mathbf{a} = (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) / (0.2 \text{ kg}) = 21.0\mathbf{i} + 22.1\mathbf{j} \text{ m/s}^2$

4. (I) 質量 1.5 kg 之質點初速度為 $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} \text{ m/s}$ ，受力 $4\mathbf{i} - \mathbf{j} \text{ N}$ 之作用歷時 2 秒，試求其末速度。

答：

$\mathbf{a} = \mathbf{F} / m = (4\mathbf{i} - \mathbf{j}) / (1.5 \text{ kg}) = 2.67\mathbf{i} - 0.67\mathbf{j} \text{ m/s}^2$

$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) + (2.67\mathbf{i} - 0.67\mathbf{j}) \times 2$

$= (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) + (5.34\mathbf{i} - 1.34\mathbf{j}) = 7.34\mathbf{i} + 1.66\mathbf{j} \text{ m/s}$

5. (I) 質量 $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 之電子受一定值力沿著其運動方向作用，在 2 cm 內其速度由 $2 \times 10^6 \text{ m/s}$ 增至 $8 \times 10^6 \text{ m/s}$ ，(a) 試求該力的大小？(b) 作用時間若干？

答：

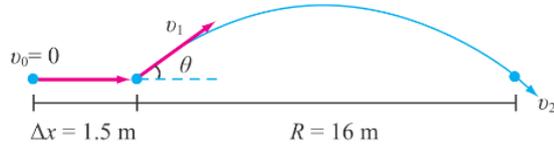
(a) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{(8 \times 10^6)^2 - (2 \times 10^6)^2}{2(0.02)} = \frac{6 \times 10^{13}}{0.04} = 1.5 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$$

$F = ma = 1.37 \times 10^{-15} \text{ N}$

$$(b) t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{6 \times 10^6}{1.5 \times 10^{15}} = 4 \times 10^{-9} \text{ s}$$

6. (II) 一鉛球選手將質量 7.25 kg 之鉛球推動 1.5 m 後，以仰角 45° 拋出，成績為 16 m，試估計推動鉛球之力為何？設著地點與拋出點等高度。



答：

假設推動時均為水平移動，鉛球一開始速率 $v_0 = 0$ ，離開手之速率為 v_1 ，並假設飛行時間為 t

$$x = (v_1 \cos \theta)t \quad (i)$$

$$y = (v_1 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (ii)$$

$$\text{所以，} t = \frac{2v_1 \sin \theta}{g} \quad (iii)$$

$$\text{水平射程由(i)式得出：} R = (v_1 \cos \theta) \frac{2v_1 \sin \theta}{g} = \frac{v_1^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\text{代入數據：} 16 = \frac{v_1^2 \sin(2 \times 45^\circ)}{9.8}, \quad v_1 = 12.5 \text{ m/s (取+號)}$$

$$\text{再利用運動方程式 } v_1^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x, \quad 12.5^2 = 0^2 + 2 \times a \times 1.5, \quad a = 52.1 \text{ m/s}^2$$

$$\text{根據牛頓第二運動定律 } F = ma = 7.25 \times 52.1 = 378 \text{ N}$$

7. (I) 一段繩子質量為 30 g (更正)，下懸 200 g 之物體，以 4 m/s^2 之加速度上拉，求繩中點之張力。

答：

$$F - mg = ma, \quad m = (200 + 15) \text{ g} = 215 \text{ g} = 0.215 \text{ kg}$$

$$F = mg + ma = m(g + a) = 0.215 \text{ kg} \times 13.8 \text{ m/s}^2 = 2.97 \text{ N}$$

8. (I) 質量 30 kg 的小孩穿著溜冰鞋以 15 km/h 之速度衝上坡度為 10° 之斜坡，若不計摩擦力，求在停止前他可滑行多遠？

答：

$$v_0 = 15000 / 3600 = 4.17 \text{ m/s}$$

$$0 = (4.17)^2 - 2(g \sin 10^\circ)(\Delta x)$$

$$\Delta x = 5.1 \text{ m}$$

9. (I) 一個 7 kg 的物塊以兩繩懸掛，如圖 5.20 所示。求各繩中的張力。

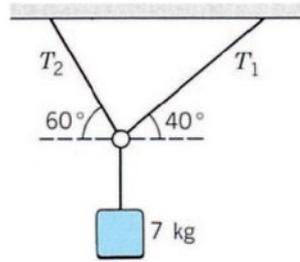


圖 5.20

答：

$$\sum F_x = T_1 \cos 40^\circ - T_2 \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum F_y = T_1 \sin 40^\circ + T_2 \sin 60^\circ - 7g = 0$$

求得 $T_1 = 34.8 \text{ N}$; $T_2 = 53.4 \text{ N}$

10. (I) 一個質量 3 kg 的物塊以兩繩懸掛，其中一繩在水平方向，如圖 5.21 所示。求各繩中的張力。

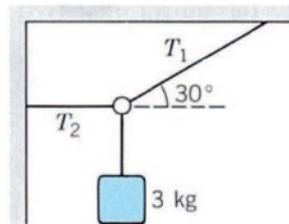


圖 5.21

答：

$$\sum F_x = T_1 \cos 30^\circ - T_2 = 0 ; \quad \sum F_y = T_1 \sin 30^\circ - 3g = 0$$

求得 $T_1 = 58.8 \text{ N}$; $T_2 = 50.9 \text{ N}$

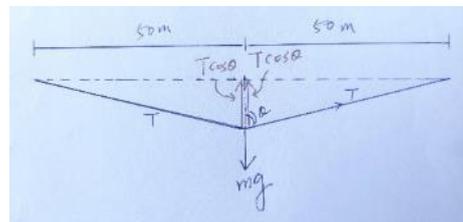
11. (I) 一個 70 kg 的走鋼索者站在長 100 m 的鋼索中央，若鋼索陷下 1.5 m，求其張力。

答：

$$\sum F_y = 2T \cos \theta - mg = 0 ,$$

其中 $\cos \theta = 1.5/50$ (近似值) ,

因此 $T = mg/2\cos\theta = 11.4 \text{ kN}$



12. (I) 一個 20 kg 的孩子由靜止滑下 3 m 長的滑梯，滑梯與水平面夾角為 35° 。若她滑到梯底時，速率為 1 m/s，則沿此滑梯之摩擦力為何？

答：

依據公式 $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \rightarrow a = v^2/2\Delta x = 1^2/2 \times 3 = 1/6 = 0.167 \text{ m/s}^2$

分析：斜面方向的作用力 $\sum F_x = mg \sin \theta - f = ma$,

$\rightarrow 20 \times 9.8 \sin 35^\circ - f = 20 \times 0.167$ 因此 $f = 109 \text{ N}$

13. (I) 在下列情況中，求 12,500 kg 的 F4 幽靈式噴射機所受的(固定) 作用力：(a) 由靜止而彈射出去，在 2.2 s 內達到 250 km/h；(b) 被阻柵網攔住而在 40 m 內由 180 km/h 而停下來。

答：

(a) 已知： $v = 250 \text{ km/h} = 250 \times 10^3 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 69.44 \text{ m/s}$ ， $t = 2.2 \text{ s}$

$$\text{代入 } v = v_0 + at \rightarrow 69.44 = 2.2a \rightarrow a = 31.6 \text{ m/s}^2,$$

$$\text{所以 } F = ma = 12500 \times 31.6 = 3.95 \times 10^5 \text{ N}$$

(b) 已知： $v_0 = 180 \text{ km/h} = 180 \times 10^3 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 50 \text{ m/s}$ ， $v = 0$ ， $\Delta x = 40 \text{ m}$

$$\text{代入 } v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \rightarrow 0^2 = 50^2 + 2a \times 40 \rightarrow a = -31.25 \text{ m/s}^2$$

$$\text{所以 } F = ma = 12500 \times (-31.25) = -3.90 \times 10^5 \text{ N}$$

14. (I) 質量 10 g 之子彈以 400 m/s 之速度打入一大塊木樁中 3 cm 而停止，設子彈所受之阻力為定值，試求此力之大小。此力比質量 60 kg 的人的重量大或小？

答：

已知： $v_0 = 400 \text{ m/s}$ ， $\Delta x = 0.03 \text{ m}$ ， $v = 0$ ， $m = 0.01 \text{ kg}$

(1) 代入 $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ ； $0 = 400^2 + 2a \times 0.03$ ； $a = 2.67 \times 10^6 \text{ m/s}^2$

$$F = ma = 2.67 \times 10^4 \text{ N}$$

(2) $60 \text{ kgw} = 60 \times 9.8 \text{ N} = 588 \text{ N} \rightarrow F$ 比 60kg 的人之重量大

15. (I) 在 37° 的無摩擦斜面上，質量 1 kg 的物塊受到 5 N 的水平力作用，如圖 5.22。(a) 其加速度為何？(b) 若物塊原先以 4 m/s 沿斜面向上運動，則它在 2 s 內沿斜面移動的距離為何？

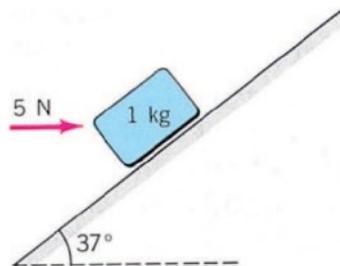


圖 5.22

答：

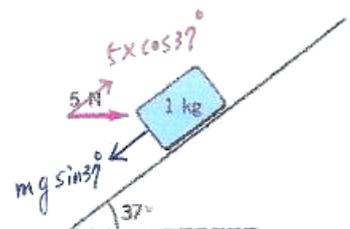
(a) $F \cos 37^\circ - mg \sin 37^\circ = ma$ ；

$$5 \times \cos 37^\circ - 1 \times 9.8 \sin 37^\circ = a$$

$$4 - 1 \times 9.8 \times (3/5) = a ; a = -1.90 \text{ m/s}^2 \text{ (斜向下)}$$

(b) $x = v_0 t + (1/2)at^2 = 4 \times 2 + (1/2)(-1.90) \times 2^2$

$$= 4.2 \text{ m (斜向上)}$$



16. 波音 747 引擎的總推進力為 $8.8 \times 10^5 \text{ N}$ 。這型飛機升空時的最大質量為

$3.0 \times 10^5 \text{ kg}$ 。(a) 在滑行起飛時的最大可能加速度為何？(b) 若忽略空氣和地面的阻力，則飛機由靜止開始滑行 10 s 後可達到多快？

答：

(a) 因為假定水平方向只有引擎的推進力，所以加速度為

$$a = \frac{F}{m} = \frac{8.8 \times 10^5 \text{ N}}{3.0 \times 10^5 \text{ kg}} = 2.9 \text{ m/s}^2$$

(b) 飛機的速度為 $v = v_0 + at = 0 + (2.9 \text{ m/s}^2)(10 \text{ s}) = 29 \text{ m/s}$ ，大約是 104 km/h。

17. (I) 質量 150 g 的棒球以 30 m/s 飛來而被球棒擊中。其末速度為 40 m/s，朝相反方向飛出。已知球與棒的接觸時間為 5 ms，則球所受的力為何？(設此力為定值)

答：

$$v = v_0 + at \rightarrow -40 = 30 + a \times 0.005 \rightarrow a = 1.4 \times 10^4 \text{ m/s}^2;$$

$$F = ma = 0.15 \times (1.4 \times 10^4) = 2.1 \text{ kN}$$

18. (II) 質量 $m_A = 0.2 \text{ kg}$ 及質量 $m_B = 0.3 \text{ kg}$ 之兩木塊以細繩懸起，如圖 5.23 所示，在下列情況下求兩細繩中之張力：(a) 在兩木塊均為靜止；(b) 以 5 m/s 等速上升；(c) 以 2 m/s^2 等加速上升；(d) 以 2 m/s^2 等加速下降；(e) 若繩可忍受之最大張力為 10 N，求最大之向上加速度。

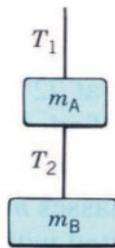


圖 5.23

答：

$$(a) T_1 = (m_A + m_B)g = 4.9 \text{ N}, \quad T_2 = m_B g = 2.94 \text{ N}$$

$$(b) T_1 = (m_A + m_B)g = 4.9 \text{ N}, \quad T_2 = m_B g = 2.94 \text{ N}$$

$$(c) T_1 - (m_A + m_B)g = (m_A + m_B)a, \quad \text{故 } T_1 = 5.9 \text{ N}$$

$$T_2 - m_B g = m_B a, \quad \text{故 } T_2 = 3.54 \text{ N}$$

$$(d) (m_A + m_B)g - T_1 = (m_A + m_B)a, \quad \text{故 } T_1 = 3.9 \text{ N},$$

$$m_B g - T_2 = m_B a, \quad T_2 = 2.34 \text{ N}$$

$$(e) T_1 - (m_A + m_B)g = (m_A + m_B)a, \quad 10 - 0.5g = 0.5a, \quad \text{故 } a = 10.2 \text{ m/s}^2$$

19. (II) 質量分別為 $4M$ 、 $2M$ 及 $8M$ 之三木塊連接如圖 5.24 所示，兩繩中之張力分別為 T_1 及 T_2 ，設無摩擦，試以 M 、 g 、 θ 表示答案：(a) 加速度；(b) $T_1 - T_2$ 。另，(c) 若 $M = 1 \text{ kg}$ ， $\theta = 45^\circ$ 則加速度及 $T_1 - T_2$ 各若干？

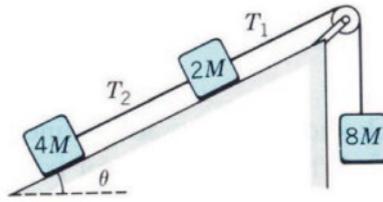


圖 5.24

答：

考慮 $8M$ ： $8Mg - T_1 = 8Ma$ ----- (1)

考慮 $2M$ ： $T_1 - T_2 - 2Mg \sin \theta = 2Ma$ ----- (2)

考慮 $4M$ ： $T_2 - 4Mg \sin \theta = 4Ma$ ----- (3)

(a) 由(1)+(2) $\rightarrow 8Mg - T_1 - 2Mg \sin \theta = 10Ma$ ----- (4)

由(3) $\rightarrow T_2 = 4Mg \sin \theta + 4Ma$ ，代入(4)

可得 $a = [(4/7) - (3/7) \sin \theta] g$

(b) 由(2) $\rightarrow T_1 - T_2 = 2M(a + g \sin \theta)$

(c) $a = [(4/7) - (3/7) \sin \theta] g = 2.63 \text{ m/s}^2$; $T_1 - T_2 = 2M(a + g \sin \theta) = 19.1 \text{ N}$

20. (II) 三個物塊用兩條繩子連在一起，其質量分別為 $m_1 = 3 \text{ kg}$ ， $m_2 = 2 \text{ kg}$ ， $m_3 = 1 \text{ kg}$ ，其中一物塊跨懸於無摩擦的輕滑輪，如圖 5.25 所示。求各物塊之加速度及各繩之張力。取 $\theta = 25^\circ$ 。

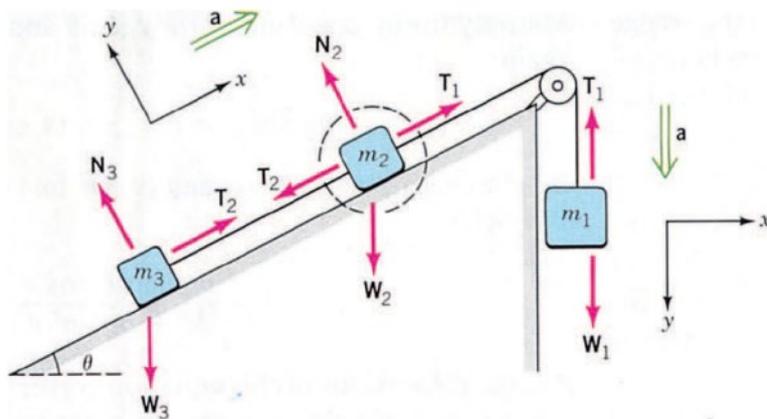
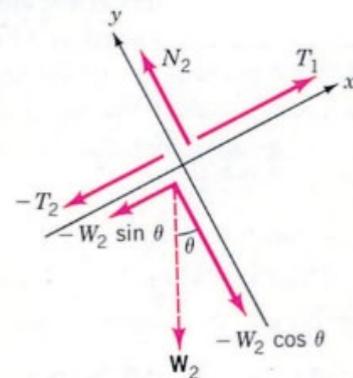


圖 5.25

答：

首先劃出各物塊受力的概略圖，其次假定物塊 m_1 是向下加速，並依此選定三個物塊的座標軸。在包含兩個質點的問題中，保留各變數的正確下標相當重要。不過如果引入下標毫無用處，那就不必了。以目前的例子來說， $a_{1y} = a_{2x} = a_{3x} = a$ （這是一個限制方程式）。另外要注意的是：每條（無



質量的) 繩子都只有一個張力值。右圖只畫出最複雜的，亦即 m_2 的分離體圖(你應該先畫另外兩幅分離體圖)。

$$\text{物塊 1: } \sum F_y = W_1 - T_1 = m_1 a \quad (\text{i})$$

$$\text{物塊 2: } \sum F_x = T_1 - T_2 - W_2 \sin \theta = m_2 a \quad (\text{ii})$$

$$\text{物塊 3: } \sum F_x = T_2 - W_3 \sin \theta = m_3 a \quad (\text{iii})$$

$$\text{三式相加後可得: } W_1 - (W_2 + W_3) \sin \theta = (m_1 + m_2 + m_3) a \quad (\text{iv})$$

雖然本方程式並非直接由第二定律推導而得(它不是 $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 的分量形式)，卻也可作簡單而具體的解釋。式子(i)、(ii)、(iii)是這三個物塊的系統沿著可自由運動的方向(亦即沿著繩子的方向)所受到的淨外力。加速度的正負號(方向)由式中那兩項的大小來決定。要注意的是，式中並未出現物塊間的內力(亦即張力)。在(iv)式代入已知的值，可得 $a = 2.83 \text{ m/s}^2$ 。再代入(i)式及(iii)式後，即可得 $T_1 = 20.9 \text{ N}$ ， $T_2 = 7.0 \text{ N}$ 。

21. (I) 一輕繩可承受的最大張力為 600 N 。質量 75 kg 的人沿繩滑下時，加速度至少必須是多大？

答：

$$mg - T = ma, \text{ 代入已知的值 } 75 \times 9.8 - 600 = 75a, \text{ 可得 } a = 1.8 \text{ m/s}^2$$

22. (I) 圖 5.26 所示的兩物塊質量為 $m_A = 2 \text{ kg}$ 、 $m_B = 3 \text{ kg}$ 。它們互相接觸而在無摩擦的水平面上滑動。有 20 N 的力作用於 B。求：(a) 加速度；(b) A 對 B 的作用力；(c) B 所受的淨力；(d) 若兩物塊互換，求 A 對 B 的作用力。



圖 5.26

答：

$$\text{(a) } F = (m_A + m_B)a \rightarrow a = F/(m_A + m_B) = 20/5 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{(b) B: } F - F_{BA} = m_B a \rightarrow 20 - F_{BA} = 3 \times 4 = 12, \text{ 可得 } F_{BA} = 8 \text{ N}$$

$$\text{(c) B: } F - F_{BA} = 20 - 8 = 12 \text{ N}$$

$$\text{(d) B(兩物塊互換): } F_{BA} = m_B a = 3 \times 4 = 12 \text{ N}$$

23. (I) 質量 25 kg 的男孩與質量 20 kg 的女孩以輕繩相連，如圖 5.27 所示。他們在無摩擦的溜冰場上水平滑動。男孩受到 200 N 的水平拉力。求他們的加速度以及繩中的張力。

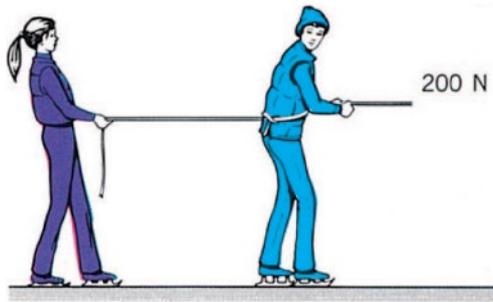


圖 5.27

答：

$$F = (m_A + m_B)a \rightarrow a = F/(m_A + m_B)$$

$$200 = (25 + 20)a, \text{ 可得 } a = \frac{200}{(25 + 20)} = 4.44 \text{ m/s}^2,$$

$$\text{則 } T = m_B a = 20 \times 4.44 = 88.8 \text{ N}$$

24. (II) 一個 9 kg 的物塊懸於圖 5.28 所示的滑輪組。在下列情況中，此人必須施加的作用力為何：(a) 使物塊保持靜止；(b) 使它以 2 m/s 下降；(c) 使它以 0.5 m/s² 的加速度上升。

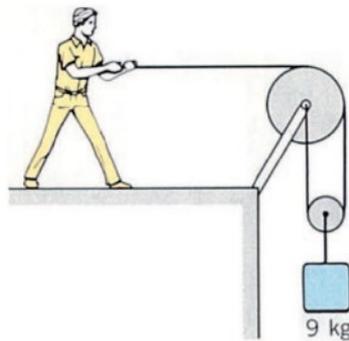


圖 5.28

答：

$$(a) \text{ 物塊靜止：} a = 0 \rightarrow 2T - mg = ma \rightarrow 2T - 9g = 0,$$

$$\text{則 } T = 9g/2 = 44.1 \text{ N}$$

$$(b) \text{ 物塊等速下降：} a = 0, \text{ 則 } T = 44.1 \text{ N}$$

$$(c) \text{ 物塊等加速上升：} a = 0.5 \text{ m/s}^2 \rightarrow 2T - mg = ma,$$

$$2T - 9 \times 9.8 = 9 \times 0.5, \text{ 可得 } T = 46.4 \text{ N}$$

25. (I) 兩物塊以無質量的繩子相連，如圖 5.29 所示。水平面上無摩擦。若 $m_1 = 2 \text{ kg}$ ，則 m_2 的數值為何，才能使：(a) 系統的加速度為 4 m/s²，(b) 繩中的張力為 8 N？

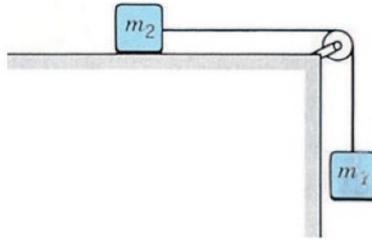


圖 5.29

答：

(a) $m_1g = (m_1 + m_2)a \rightarrow 2 \times 9.8 = (2 + m_2) \times 4 \rightarrow m_2 = 2.9 \text{ kg}$

(b) $m_2 : T = m_2a \rightarrow a = (T/m_2)$

$m_1 : m_1g - T = m_1a = m_1(T/m_2) \rightarrow m_1g = m_1(T/m_2) + T$

$T = m_1m_2g/(m_1 + m_2) \rightarrow 8 = 2m_2 \times 9.8/(2 + m_2) \rightarrow m_2 = 1.38 \text{ kg}$

26. (I) 質量為 $m_1 = 1 \text{ kg}$ 的物塊用繩子連接到質量為 $m_2 = 2 \text{ kg}$ 的物塊。後者置於 20° 的無摩擦斜面上，如圖 5.30。求各物塊的加速度及繩子的張力。

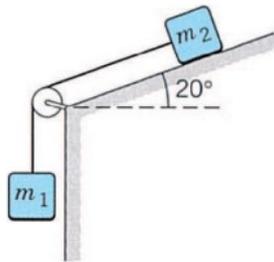


圖 5.30

答：

$m_1 : m_1g - T = m_1a \rightarrow 9.8 - T = a \quad \text{---- (1)}$

$m_2 : T + m_2g \sin \theta = m_2a \rightarrow T + 2 \times 9.8 \sin 20^\circ = 2a \quad \text{---- (2)}$

依據(1)與(2) 可解出 $a = 5.5 \text{ m/s}^2, T = 4.3 \text{ N}$

27. (I) 一架 $12,500 \text{ kg}$ 的 F4 幽靈式噴射機的總推進力為 160 kN 。從航空母艦的甲板上彈射。在 2.1 s 內到達 80 m/s 的起飛速率。(a) 蒸氣彈射器所施加的(固定) 作用力為何？(b) 機上 70 kg 的飛行員之視重量為何？

答：

(a) $v = v_0 + at \rightarrow 80 = 0 + a \times 2.1 \rightarrow a = 38.1 \text{ m/s}^2$

$\sum F = F + 160 \text{ kN} = ma$ ，因此 $F = 316 \text{ kN}$

(b) $\mathbf{N} = m\mathbf{a} + m\mathbf{g} = 2670\mathbf{i} + 686\mathbf{j}$ ，或 $N = 2.75 \text{ kN}$ 在水平面上 14.4°

28. (I) 兩物塊質量為 3 kg 及 5 kg ，跨懸於滑輪兩側，如圖 5.31 所示。 5 kg 的木塊起初是高於地面 4 m ，然後釋放。 3 kg 之木塊可達到的最大高度為何？

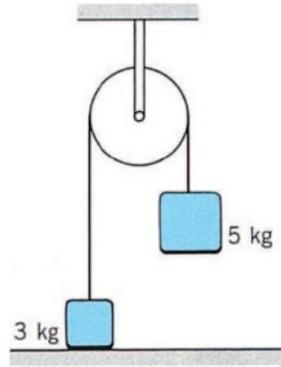


圖 5.31

答：

$$(1) \because \sum F = \sum ma \rightarrow (m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$

$$\rightarrow a = (m_2 - m_1)g / (m_1 + m_2) = 2.45 \text{ m/s}^2$$

(2) 因此 3 公斤物塊速度就像 5 公斤物塊著陸速度一樣

$$v = (2ah)^{1/2} = 4.43 \text{ m/s.}$$

(這是 3 kg 物塊自由落體的初始速度。)

(3) 增加的高度由下式得出 $\Delta y = v^2 / 2g = 1 \text{ m}$ ；最大高度為 5 m。

29. (I) 質量 3 kg 之木塊懸於一升降機中，在下列情況下，求懸線之張力：(a) 升降機以 5 m/s 速度上升，同時以 4 m/s^2 減速；(b) 升降機以 3 m/s 下降，同時以 2 m/s^2 加速。

答：

$$(a) T - mg = ma \rightarrow T = mg + ma = 3 \times 9.8 + 3 \times (-4) = 17.4 \text{ N}$$

$$(b) T - mg = ma \rightarrow T = mg + ma = 3 \times 9.8 + 3 \times (-2) = 23.4 \text{ N}$$