

第9章 線動量 本章習題 解答

1. (a) 一質點的動量變成兩倍，則其動能有何變化？(b) 若動能變為兩倍，則動量有何變化？

答：

- (a) $\because K = P^2/(2m) \quad \therefore$ 當動量變成 2 倍時 \rightarrow 動能變成 4 倍
(b) $\because P = (2mK)^{1/2} \quad \therefore$ 當動能變成 2 倍時 \rightarrow 動量變成 $2^{1/2}$ 倍

2. 兩物(m_1 及 m_2) 質量不相等： $m_1 > m_2$ 。(a) 若它們動能相等，則何者動量較大？(b) 若動量相等，則何者動能較大？

答：

- (a) $K_1 = K_2 \rightarrow P_1/(2m_1) = P_2/(2m_2) \quad \because m_1 > m_2 \rightarrow P_1 > P_2$
(b) $P_1 = P_2 \rightarrow (2m_1K_1)^{1/2} = (2m_2K_2)^{1/2} \quad \because m_1 > m_2 \rightarrow K_2 > K_1$

3. 有一個人不幸地正位於一輛台車的中央，而車子正好位於崖邊，見圖 9.10。問：此人應走向何方，以降低危險性？

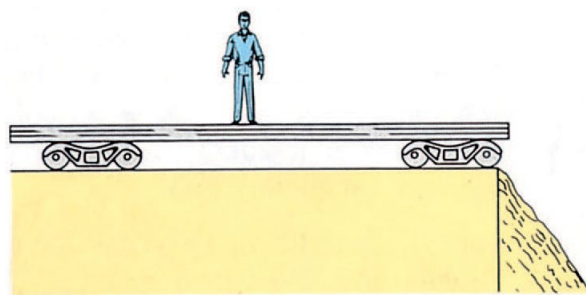


圖 9.10

答：略

4. 打靶時為什麼要將槍托抵緊肩窩？

答：略

5. 一推銷員聲稱他的「安全氣囊」可吸收來自碰撞的力。你相信他的話嗎？解釋一下為什麼？

答：略

6. (I) 一跑步健將重 70 kg，速率可達 10 m/s。則下列各物應以何種速率運動，才能有相同的動量大小？(a) 20 g 之子彈；(b) 1500 kg 之汽車。

答：

- (a) $m_1v_1 = m_2v_2 \Rightarrow 70 \times 10 = 20 \times 10^{-3} v_2 \Rightarrow v_2 = 3.5 \times 10^4 \text{ m/s}$
(b) $m_1v_1 = m_2v_2 \Rightarrow 70 \times 10 = 1500 v_2 \Rightarrow v_2 = 0.47 \text{ m/s}$

7. (I) 有一 20 g 之子彈(B) 及一位 60 kg 之跑者(R)，(a) 若具相同的動量大，則其動能比(K_B/K_R) 為何？(b) 若具相同之動能，則其動量大小之比(p_B/p_R) 為何？

答：

$$(a) \quad K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_B}{K_R} = \frac{m_R}{m_B} = 3000$$

$$(b) \quad p = \sqrt{2mK} \Rightarrow \frac{p_B}{p_R} = \sqrt{\frac{m_B}{m_R}} = 0.0183$$

8. (I) 一黏球重 200 g，垂直落下在一板車上，板車重 2.5 kg，速率 2 m/s (水平運動)。求板車之末速。

答：

$$m_1 u_1 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow 2.5 \times 2 = (2.5 + 0.5) v \Rightarrow 5 = 2.7 v \Rightarrow v = 1.85 \text{ m/s}$$

9. (II) 一質點 $m_1 = 2 \text{ kg}$ ，速率 u_1 ，另一質點 $m_2 = 3 \text{ kg}$ ，初為靜止。兩質點發生一維完全非彈性碰撞，若有 60 J 的動能損失，求 u_1 。

答：

$$m_1 u_1 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow 2u_1 = 5v \Rightarrow v = 0.4u_1$$

$$\text{而且 } K_i - K_f = m_1 u_1^2 / 2 - (m_1 + m_2) v^2 / 2 = u_1^2 - 2.5v^2 = 60 \text{ J}$$

$$\text{將 } v = 0.4u_1 \text{ 帶入 } u_1^2 - 2.5v^2 = 60 \Rightarrow \text{可得 } u_1 = 10 \text{ m/s}$$

10. (I) 一獵人重 80 kg，攜一重 4 kg 之步槍，立於無摩擦之冰湖上。步槍射出一子彈，重 15 g，速率 600 m/s (相對於冰湖)。(a) 若槍托離肩，則其後座速率為何？(b) 槍托碰到肩膀後，跟人產生完全非彈性碰撞，求人之速率；(c) 若子彈射出時槍托是緊抵肩窩的，求獵人之速率。

答：

$$(a) \quad m_1 u = m_2 v \Rightarrow 0.015 \times 600 = 4v, \quad \text{故 } v = 2.25 \text{ m/s};$$

$$(b) \quad m_2 v = (m_2 + m_3) v' \Rightarrow 4 \times 2.25 = (80 + 4) v', \quad \text{故 } v' = 0.107 \text{ m/s}$$

$$(c) \quad m_1 u = (m_2 + m_3) v' \Rightarrow 0.015 \times 600 = (80 + 4) v', \quad \text{故 } v' = 0.107 \text{ m/s}$$

11. (I) 一輛台車重 $2 \times 10^4 \text{ kg}$ 速度 6 m/s，撞上另一輛 $4 \times 10^4 \text{ kg}$ 靜止的台車而聯結在一起。(a) 初動能會有多少比例損失掉？(b) 兩車角色互換，重做(a)。

答：

(a) 設兩車因碰撞後而聯結在一起的速度為 v ，依據動量守恆：

$$2 \times 10^4 \times 6 = (2 \times 10^4 + 4 \times 10^4) v \rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{碰撞前總動能 } K_i = (2 \times 10^4 \times 6^2) / 2 = 36 \times 10^4 \text{ J},$$

$$\text{碰撞後總動能 } K_f = (2 \times 10^4 + 4 \times 10^4) \times 2^2 / 2 = 12 \times 10^4 \text{ J},$$

$$\rightarrow \Delta K/K = (12 \times 10^4 - 36 \times 10^4) / 36 \times 10^4 = -2/3$$

(b) 設兩車因碰撞後而聯結在一起的速度為 v ，依據動量守恆：

$$4 \times 10^4 \times 6 = (2 \times 10^4 + 4 \times 10^4)v \rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

$$\text{碰撞前總動能 } K_i = (4 \times 10^4 \times 6^2) / 2 = 72 \times 10^4 \text{ J},$$

$$\text{碰撞後總動能 } K_f = (2 \times 10^4 + 4 \times 10^4) \times 4^2 / 2 = 48 \times 10^4 \text{ J},$$

$$\rightarrow \Delta K/K = (48 \times 10^4 - 72 \times 10^4) / 72 \times 10^4 = -1/3$$

12. (I) 一質點 $m_1 = 1 \text{ kg}$ 在 x 軸上移動，撞上一靜止之質點 $m_2 = 2 \text{ kg}$ 。若 m_1 以 30° 角從 x 軸上方偏離，而 m_2 以 10 m/s 、 45° 從 x 軸下方離去，求 m_1 之初速及末速。

答：

已知 $m_1 = 1 \text{ kg}$ ， $m_2 = 2 \text{ kg}$ ，碰撞後速度 $v_2 = 10 \text{ m/s}$

垂直方向動量守恆 $m_1 v_1 \sin 30^\circ = m_2 v_2 \sin 45^\circ \Rightarrow v_1 = 28.28 \text{ m/s}$ (末速)

水平方向動量守恆 $m_1 u_1 = m_1 v_1 \cos 30^\circ + m_2 v_2 \cos 45^\circ \Rightarrow u_1 = 38.63 \text{ m/s}$ (初速)

13. (I) Jack 跟 Jill，質量各為 75 kg 、 60 kg ，兩人均靜止於無摩擦之冰湖上。

若 Jack 向 Jill 以 24 m/s 之速率(相對於湖面)擲出一 0.5 kg 的球，而 Jill 將球接住了。設球一直是水平飛行的，求 Jack 跟 Jill 的末速。

答：

已知 $m_1 = 75 \text{ kg}$ ， $m_2 = 60 \text{ kg}$ ，碰撞後速度 $v_2 = 10 \text{ m/s}$

$$m_1 v_1 = mv = 0.5 \times 24, 75 v_1 = 12 \rightarrow v_1 = 0.16 \text{ m/s}$$

$$(m_2 + 0.5)v_2 = mv = 12, 60.5 v_2 = 12 \rightarrow v_2 = 0.2 \text{ m/s}$$

14. (II) 一物體 $m = 200 \text{ g}$ 以 $u = 30 \text{ m/s}$ 的速率從另一靜止之物塊 $M = 1.3 \text{ kg}$ 的下方撞上來，並嵌入 M 內(參見圖 9.11)。(a) M 會被舉多高？(b) 動能損失多少？(更正)

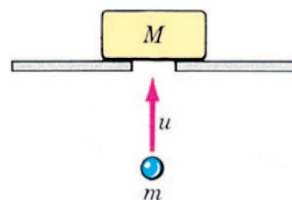


圖 9.11

答：

$$(a) mu = (M + m)v \rightarrow 0.2 \times 30 = (1.3 + 0.2)v \rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

$$(1/2)(M + m)v^2 = (M + m)gH \rightarrow v^2 = 2gH \rightarrow 4^2 = 2 \times 9.8H$$

$$\text{故 } H = 0.816 \text{ m}$$

$$(b) K_i = (1/2)mu^2 = (1/2)(0.2)30^2 = 90 \text{ J}, K_f = (1/2)(M + m)v^2 = (1/2)(1.5)4^2 = 12 \text{ J}$$

故 $\Delta K = 12 - 90 = -78 \text{ J}$

15. (II) 10 g 的子彈以 400 m/s 之速率打進一 2.5 kg 之衝擊擺，並以 100 m/s 之速率穿透而出。(a) 擺錘會升高多少？(b) 子彈穿過擺錘(木塊) 時作了多少功？

答：

$$mu = Mv_2 + mv_1 \rightarrow 0.01 \times 400 = 2.5v_2 + 0.01 \times 100 \rightarrow 4 = 2.5v_2 + 1 \rightarrow v_2 = 1.2 \text{ m/s}$$

$$(a) \frac{1}{2}Mv_2^2 = Mgh \rightarrow v^2 = 2gH \rightarrow 1.2^2 = 2 \times 9.8H \rightarrow H = 0.073 \text{ m}$$

$$(b) K_i = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2} \times 0.01 \times 400^2 = 800 \text{ J},$$

$$K_f = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.01 \times 100^2 = 50 \text{ J}$$

$$W = -\Delta K = -(K_f - K_i) = -(50 - 800) = 750 \text{ J}$$

16. (II) 0.25 kg 的物體 m 以 24 m/s 之速率撞上一 1.75 kg 的木塊 M 並互相黏住。木塊後聯結著一條 $k = 40 \text{ N/m}$ 的彈簧，如圖 9.12。設木塊最初是靜止在無摩擦之水平面上的，但當它開始滑動之際，接觸面即變為一粗糙面。設彈簧最大被壓縮了 0.5 m，求作用在木塊上的摩擦力。

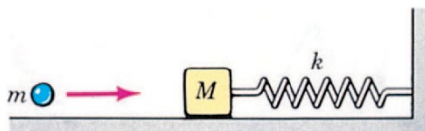


圖 9.12

答：

$$\sum p : mu = (M + m)v \rightarrow v = 3 \text{ m/s}$$

$$\Delta E = W_{NC} : \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}(m + M)v^2 = -fA, \quad \text{故 } f = 8 \text{ N}$$

17. (II) 一單擺擺錘質量 m ，由 H 的高度(從擺錘的最低點算起) 垂下，在到達最低點時撞到另一個擺長相同但擺錘質量為 $2m$ 的靜止單擺。若此碰撞為 (a) 完全非彈性；(b) 彈性碰撞，求碰撞後兩個擺錘的高度各為何？

答：

$$(a) mgh = \frac{1}{2}mu^2 \Rightarrow u = \sqrt{2gH}$$

$$\sum P : mu = 3mv \Rightarrow v = \frac{u}{3} = \frac{\sqrt{2gH}}{3}$$

$$E_i = E_f : \frac{1}{2}(3m)\left(\frac{u}{3}\right)^2 = 3mgh_2 \Rightarrow \frac{2mgH}{6} = 3mgh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{H}{9}$$

$$(b) v_2 - v_1 = u$$

$$\sum P : 2mv_2 + mv_1 = mu$$

$$v_2 = \frac{2u}{3}, \quad v_1 = -\frac{u}{3}$$

$$\frac{1}{2}(m)\left(\frac{-u}{3}\right)^2 = mgh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{H}{9}$$

$$\frac{1}{2}(2m)\left(\frac{2u}{3}\right)^2 = 2mgh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{4H}{9}$$

18. (II) 質量 $m_1 = 2 \text{ kg}$ ，速度 $u\mathbf{i}$ 的質點與另一靜止質點(質量 m_2) 做一維彈性碰撞。由下列所給的值求 m_2 ：(a) m_2 以 $0.5u\mathbf{i}$ 的速度被撞開；(b) m_2 獲得 $1/3$ 的 m_1 之初動能。

答：

(a) 已知 $m_1 = 2 \text{ kg}$ ， $u_1 = u$ ， $u_2 = 0$ ， $v_2 = 0.5u$

$$\text{代入 } v_2 - v_1 = -(u_2 - u_1) \rightarrow v_1 = -0.5u$$

$$\sum p : m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow 2u = 2(-0.5u) + m_2 \times 0.5u \rightarrow m_2 = 6 \text{ kg}$$

(b) 依據公式 (9.11)

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \rightarrow \frac{v_1}{u_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

碰撞後 m_1 保存下來的能量 (K_{1f}) 與 m_1 的初動能的 (K_{1i}) 比值

$$f_1 = \frac{K_{1f}}{K_{1i}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} = \frac{v_1^2}{u_1^2} = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

碰撞後 m_2 保存下來的能量 (K_{2f}) 與 m_2 的初動能的 (K_{2i}) 比值

$$f_2 = 1 - f_1 = 1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$\frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{3} \rightarrow 24m_2 = (2 + m_2)^2 \rightarrow m_2 = 0.2 \text{ kg}, 19.8 \text{ kg}.$$

19. (I) 質量為 1 kg 的球垂直落下，以 20 m/s 的速率撞到地板，並以 15 m/s 的速率彈回。若球與地板接觸時間為 0.1 s ，求球所受之平均力。

答：

$$F\Delta t = m\Delta v \Rightarrow F = m\Delta v / \Delta t = 1 \times (15 - (-20)) / 0.1 = 350 \text{ N}$$

20. (I) 塑膠水管中水平沖出速率 10 m/s 的水來，衝到牆壁後沿牆淌下。設水流率為 1.5 kg/s ，試估計作用在牆上的平均力。此估計值可能會太大還是太小？

答：

$$F = dp/dt = v dm/dt = 10 \times 1.5 = 15 \text{ N}$$

21. (I) 機槍以 450 m/s 的速率連續射出一些 15 g 的子彈，設其射出率為每分鐘 600 發，求支架上所承受之平均力。

答：

$$F = dp/dt = v dm/dt = (450)(600/60)(15 \times 10^{-3}) = 67.5 \text{ N}$$

22. (I) 60 g 重的網球以 25 m/s、俯角 40° 碰到地板，並以 20 m/s、仰角 30° 彈回，見圖 9.13。(a) 求其所受之衝量；(b) 設碰撞時間持續 5 ms，求其作用在地板上之平均力。

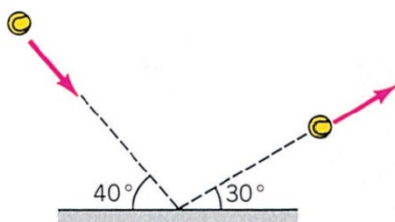


圖 9.13

答：

$$(a) I = F\Delta t = m\Delta v = 0.06(20\cos 30^\circ - 25\cos 40^\circ, 20\sin 30^\circ - (-25\sin 40^\circ)) \\ = (-0.11, 1.56) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$(b) F = I/\Delta t = (-22,312) \text{ N}$$

23. (II) 一短跑者起跑時，其股骨作用在 50 kg 之軀幹上的 $F-t$ 曲線如圖 9.14。

- (a) 求作用在軀幹上之衝量大小；(b) 估計一下跑者的速率變化(設所有的力及運動均在水平方向上)。

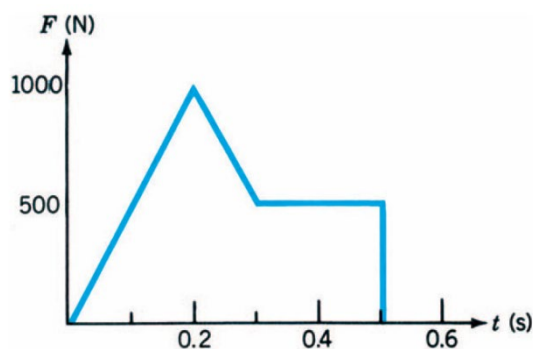


圖 9.14

答：

$$(a) I(\text{衝量})\text{的大小} = \text{函數圖形與時間軸所圍成的面積} = 275 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$(b) I = F\Delta t = m\Delta v \rightarrow 275 = 50\Delta v \rightarrow \Delta v = 5.5 \text{ m/s}$$

24. (II) 質點 $m_1 = 2 \text{ kg}$ 速度 $8\mathbf{i} \text{ m/s}$ ；另一質點 $m_2 = 1 \text{ kg}$ 靜止。兩質點發生彈性碰撞， m_1 以「與 $+x$ 軸夾 30° 角」的方向離去，求(a) m_1 之末速率；(b) m_2 的速度。

答：

已知 $m_1 = 2 \text{ kg}$ ， $m_2 = 1 \text{ kg}$ ， $u_1 = 8 \text{ m/s}$ ， $u_2 = 0$

$$\sum p_x: m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 \cos 30^\circ + m_2 v_2 \cos \theta_2$$

$$16 = 2v_1 \cos 30^\circ + v_2 \cos \theta_2 \rightarrow 16 = \sqrt{3}v_1 + v_2 \cos \theta_2 \rightarrow \cos \theta_2 = \frac{16 - \sqrt{3}v_1}{v_2} \quad \text{---(1)}$$

$$\sum p_y: 0 = m_1 v_1 \sin 30^\circ - m_2 v_2 \sin \theta_2$$

$$0 = 2v_1 \sin 30^\circ - v_2 \sin \theta_2 \rightarrow v_1 = v_2 \sin \theta_2 \rightarrow \sin \theta_2 = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{---(2)}$$

利用(1)與(2)，可得：

$$\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2 = \left(\frac{16 - \sqrt{3}v_1}{v_2} \right)^2 + \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \frac{16^2 - 32\sqrt{3}v_1 + 3v_1^2 + v_1^2}{v_2^2} = 1$$

$$\rightarrow v_2^2 = 16^2 - 32\sqrt{3}v_1 + 4v_1^2 \quad \text{---(3)}$$

$$K: \frac{1}{2}m_1 u_1^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \rightarrow 64 = v_1^2 + 0.5v_2^2$$

將(3)代入上式，可得：

$$64 = v_1^2 + 0.5(16^2 - 32\sqrt{3}v_1 + 4v_1^2) \rightarrow 3v_1^2 - 16\sqrt{3}v_1 + 64 = 0$$

$$\rightarrow v_1 = 8\sqrt{3} \text{ m/s}, v_2 = 16\sqrt{3} \text{ m/s}, \theta_2 = 30^\circ \text{ 在 } x \text{ 軸之下}$$

25. (II) 以 20 m/s 運動的粒子 A 與另一靜止的相同粒子 B 做彈性碰撞，A 粒子離去時與原方向夾 30° 角，求兩粒子之末速各為何？

答：

假設初動量為 \mathbf{p}_0 而末動量為 \mathbf{p}_1 及 \mathbf{p}_2 ，依據動量守恆可得： $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$

而依據動能守恆得：

$$K_0 = K_1 + K_2 \rightarrow \frac{p_0^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} \rightarrow p_0^2 = p_1^2 + p_2^2$$

要滿足以上這兩個式子，只有在 \mathbf{p}_1 垂直於 \mathbf{p}_2 時才成立

所以 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ ，而 $\theta_1 = 30^\circ \rightarrow \theta_2 = 60^\circ$

$$\sum p_x: 20 = v_1 \cos 30^\circ + v_2 \cos 60^\circ$$

$$\sum p_y: 0 = v_1 \sin 30^\circ - v_2 \sin 60^\circ$$

$$\text{故 } v_1 = 17.3 \text{ m/s}, \quad v_2 = 10 \text{ m/s}$$