

第 23 章 電場 本章習題 解答

1. 在晴朗的日子裡於地球的表面有一約 100 N/C 的電場直指向下。試比較一電子上的電力及重力。

答：

電力的大小為：

$$F_E = eE = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(100 \text{ N/C}) = 1.6 \times 10^{-17} \text{ N}$$

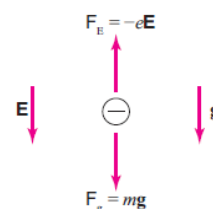
且其方向為垂直向上的，如右圖所示。重力的大小為：

$$F_g = mg = (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(9.8 \text{ N/kg}) = 8.9 \times 10^{-30} \text{ N}$$

其方向向下。其比值為：

$$\frac{F_g}{F_E} = 5.6 \times 10^{-13}$$

粒子(如：電子及質子)上的重力，若在涉及電場的問題時可以被安心地忽略掉。



2. (I) 天氣晴朗時，地表有 120 N/C 的電場直指向下。(a) 在電場中一個質子受力若干？(b) 此質子的加速度為何？

答：

(a) $F = eE = 1.92 \times 10^{-17} \text{ N}$ ；向下

(b) $a = F/m = 1.92 \times 10^{-17} / 1.67 \times 10^{-27} = 1.15 \times 10^{10} \text{ m/s}^2$

3. (II) 一點電荷 $Q_1 = 20 \mu\text{C}$ 位於 $(-d, 0)$ ，而 $Q_2 = -10 \mu\text{C}$ 位於 $(+d, 0)$ 。求在座標 (x, y) 處的電場強度。令 $d = 1.0 \text{ m}$ 及 $x = y = 2 \text{ m}$ (如圖 23.29)。

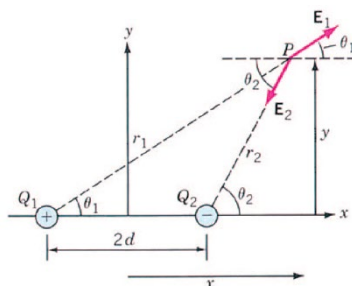


圖 23.29

答：

電荷、電場向量及座標系統顯示於圖 23.29。

距離 $r_1 = \sqrt{(x+d)^2 + y^2} = \sqrt{13} = 3.6 \text{ m}$ 而 $r_2 = \sqrt{(x-d)^2 + y^2} = \sqrt{5} = 2.2 \text{ m}$ 。

電場的大小為

$$E_1 = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} = \frac{(9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(2 \times 10^{-5} \text{ C})}{13 \text{ m}^2} = 1.4 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{k|Q_2|}{r_2^2} = \frac{(9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(10^{-5} \text{ C})}{5 \text{ m}^2} = 1.8 \times 10^4 \text{ N/C}$$

總電場強度的分量 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ 為：

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = E_1 \cos \theta_1 - E_2 \cos \theta_2$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 \sin \theta_1 - E_2 \sin \theta_2$$

由圖 23.29 可以看出 $\sin \theta_1 = y/r_1$ ， $\sin \theta_2 = y/r_2$ ， $\cos \theta_1 = (x+d)/r_1$ ， $\cos \theta_2 = (x-d)/r_2$ 。因此

$$E_x = (1.4 \times 10^4 \text{ N/C}) \times \frac{3}{3.6} - (1.8 \times 10^4 \text{ N/C}) \times \frac{1.0}{2.2} = 3.5 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$E_y = (1.4 \times 10^4 \text{ N/C}) \times \frac{2}{3.6} - (1.8 \times 10^4 \text{ N/C}) \times \frac{1.0}{2.2} = -8.6 \times 10^3 \text{ N/C}$$

最後， $\mathbf{E} = 3.5 \times 10^3 \mathbf{i} - 8.6 \times 10^3 \mathbf{j} \text{ N/C}$

4. (I) 四個點電荷分置於邊長 L 的正方形頂角，如圖 23.30 所示。求在(a) A 點；(b) B 點之電場強度。

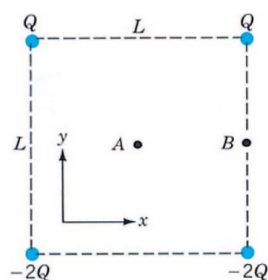


圖 23.30

答：

(a) $E_x = 0$

$$E_y = -2 \times \left[k \frac{Q}{\left(\frac{\sqrt{2}L}{2} \right)^2} + k \frac{2Q}{\left(\frac{\sqrt{2}L}{2} \right)^2} \sin 45^\circ \right] = \frac{-12kQ}{\sqrt{2}L^2} = -7.64 \times 10^{10} \frac{Q}{L^2}$$

$$(b) E_x = \left[k \frac{Q}{\left(\frac{\sqrt{5}L}{2} \right)^2} \times \frac{L}{\sqrt{5}L} - k \frac{2Q}{\left(\frac{\sqrt{5}L}{2} \right)^2} \times \frac{L}{\sqrt{5}L} \right] = \frac{-8kQ}{5\sqrt{5}L^2}$$

$$E_y = -\left[k \frac{Q}{\left(\frac{\sqrt{5}L}{2}\right)^2} \times \frac{\frac{L}{2}}{\frac{\sqrt{5}L}{2}} + k \frac{2Q}{\left(\frac{\sqrt{5}L}{2}\right)^2} \times \frac{\frac{L}{2}}{\frac{\sqrt{5}L}{2}} + k \frac{Q}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} + k \frac{2Q}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}\right]$$

$$= \frac{-12kQ}{L^2} \left(1 + \frac{1}{5\sqrt{5}}\right)$$

$$\mathbf{E} = (-6.44\mathbf{i} - 118\mathbf{j}) \times 10^9 \frac{Q}{L^2}$$

5. 一點電荷 Q_1 位於原點，另一電荷 $-Q_2$ 位於 $x = 2 \text{ m}$ 處。若在 $x = 1 \text{ m}$ 處的電場強度為 $10.8\mathbf{i} \text{ N/C}$ ，且 $x = 3 \text{ m}$ 處為 $-0.8\mathbf{i} \text{ N/C}$ 。求 Q_1 及 Q_2 。

答：

請先畫出電荷分佈之簡圖，再將電場大小、方向分析並算出，再以向量求出總電場。

若 $x = 1 \text{ m}$ ，則 $kQ_1 + kQ_2 = 10.8 \dots\dots\dots(1)$

若 $x = 3 \text{ m}$ ，則 $k \frac{Q_1}{9} - kQ_2 = -0.8 \dots\dots\dots(2)$

由(1)(2)式可以求出 $Q_1 = 1 \text{ nC}$ ， $Q_2 = 0.2 \text{ nC}$ 。

6. (I) 地表有一小油滴質量為 10^{-13} kg ，並帶有電荷 $+2e$ 。則在鉛垂方向加入多大的電場，可使此油滴處於平衡狀態？

答：

$$2eE = mg, \quad E = 3.06 \times 10^6 \text{ N/C}$$

7. (I) 點電荷 $q_1 = 3 \text{ nC}$ 位於原點，及 $q_2 = -7 \text{ nC}$ 位於 $x = 8 \text{ cm}$ 處。(a) 求 q_1 在 q_2 位置處造成的電場強度；(b) 求 q_2 在 q_1 位置處造成的電場強度；(c) q_1 對 q_2 施力若干？(d) q_2 對 q_1 呢？

答：

$$(a) \mathbf{E}_1 = (kq_1/r^2)\mathbf{i} = 4.22 \times 10^3 \mathbf{i} \text{ N/C}$$

$$(b) \mathbf{E}_2 = (kq_2/r^2)\mathbf{i} = 9.84 \times 10^3 \mathbf{i} \text{ N/C}$$

$$(c) \mathbf{F}_2 = q_2 E_1 = -2.95 \times 10^{-5} \mathbf{i} \text{ N}$$

$$(d) \mathbf{F}_1 = q_1 E_2 = +2.95 \times 10^{-5} \mathbf{i} \text{ N}$$

8. 點電荷 $q = 2 \mu\text{C}$ 感應到一力 $\mathbf{F} = 5 \times 10^{-5} \mathbf{i} \text{ N}$ 。試問：(a) 電場強度 $\mathbf{E}$ 為何？(b) 如果 q 變為 $1 \mu\text{C}$ ，則 $\mathbf{E}$ 發生什麼變化？(c) 如果 q 改變為 $-2 \mu\text{C}$ ，則 $\mathbf{F}$ 發生什麼變化？(d) 如果 q 變為 $-2 \mu\text{C}$ ，則 $\mathbf{E}$ 又發生何種變化？

答：

$$(a) \mathbf{E} = \mathbf{F}/q = 25\mathbf{i} \text{ N/C}$$

- (b)沒有改變
(c) **F** 為相反方向
(d)沒有改變

9. (I) 一點電荷 $-4q$ 位於 $x=0$ ，而第二個電荷位於 $x=1\text{ m}$ 處。除了無窮遠處外，何處電場強度為零，已知第二個電荷為：(a) $9q$ ；(b) $-q$ ？

答：

$$(a) \frac{4}{d^2} = \frac{9}{(1+d)^2} \Rightarrow d = 2\text{ m} \text{ 或 } x = -2\text{ m}$$

$$(b) \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(1-x)^2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}\text{ m}$$

10. (I) 一點電荷 $2\mu\text{C}$ 位於原點，且空間中另有一外加均勻電場 $\mathbf{E} = 500\mathbf{i}\text{ N/C}$ 。若再將 $5\mu\text{C}$ 電荷放至 $(3\text{ m}, 4\text{ m})$ 處，則此電荷所受的淨力為何？

答：

請先畫出電荷分佈之簡圖，再將電場大小、方向分析並算出，再以向量求出總電場之力。

$$\mathbf{E}_1 = 500\mathbf{i}\text{ N/C}; \mathbf{E}_2 = k \times \left(\frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{5^2} \right) (0.6\mathbf{i} + 0.8\mathbf{j}) = 720(0.6\mathbf{i} + 0.8\mathbf{j})\text{ N/C}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 932\mathbf{i} + 576\mathbf{j}\text{ N/C}$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = (4.66\mathbf{i} + 2.88\mathbf{j}) \times 10^{-3}\text{ N}$$

11. (I) 一點電荷 $Q_1 = -4\mu\text{C}$ 位於 $(2\text{ m}, 1\text{ m})$ ，而 $Q_2 = +15\mu\text{C}$ 位於 $(1\text{ m}, 4\text{ m})$ 處。求在 $(3\text{ m}, 5\text{ m})$ 處的電場強度。

答：

請先畫出電荷分佈之簡圖，再將電場大小、方向分析並算出，再以向量求出總電場。

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{17} = 2.12 \times 10^3$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{15 \times 10^{-6}}{5} = 2.7 \times 10^4$$

$$E_x = -2.12 \times 10^3 \times \frac{1}{\sqrt{17}} + 2.7 \times 10^4 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 2.36 \times 10^4\text{ N/C}$$

$$E_y = -2.12 \times 10^3 \times \frac{4}{\sqrt{17}} + 2.7 \times 10^4 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 1.0 \times 10^4\text{ N/C}$$

12. (I) 一電子進入兩水平板間區域，以水平初速 $2 \times 10^6 \text{ m/s}$ 在兩板中間行進，見圖 23.31。若板面長 4 cm，相距 1.6 cm，則最大垂直電場為多大時，可使電子通過板間區域而不撞擊任一板子？

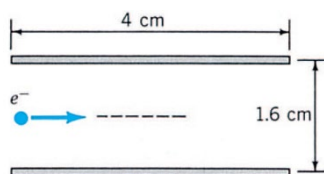


圖 23.31

答：

水平等速運動， $t = L/v = 2 \times 10^{-8} \text{ s}$

垂直為等加速度運動， $\Delta y = 1/2 at^2 = 8 \times 10^{-3}$

由 $a = eE/m = \frac{2 \times 0.008}{(2 \times 10^{-8})^2} = \frac{1.6 \times 10^{-19} E}{9.11 \times 10^{-31}}$ ，可求得 $E = 228 \text{ N/C}$

13. (I) 在電視映像管中，一電子由靜止在均勻電場內於 1.6 cm 的距離加速到 $5 \times 10^6 \text{ m/s}$ 。其電場強度為何？

答：

利用功能定理 $\Delta K = eE\Delta x \Rightarrow E = \frac{\Delta K}{e\Delta x} = 4450 \text{ N/C}$

14. (I) 一無窮平面的電荷密度為 $\sigma \text{ C/m}^2$ 時，附近的電場為 $E = \sigma/2\epsilon_0$ 。利用這個結果，寫出圖 23.32 中四個區域的電場值，並需標出方向。

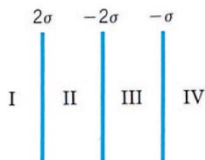


圖 23.32

答：

請先畫出各區之電場大小、方向分佈之簡圖，再由向量求出總電場。

I 與 III: $\sigma/2\epsilon_0$; II: $5\sigma/2\epsilon_0$; IV: $-\sigma/2\epsilon_0$

15. (II) 一桿子長 10 cm，具有線電荷密度 $2 \mu\text{C/m}$ 。求沿著此桿且距其中心 20 cm 處的電場強度為何？

答：

參考圖 23.16。利用公式 $E = k \int \frac{dq}{x^2}$ ，

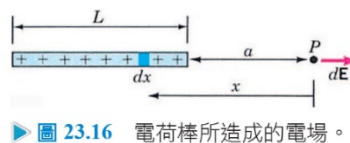


圖 23.16 電荷棒所造成的電場。

$E = k \int_{a+L}^a \frac{\lambda dx}{x^2} = k\lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right)$ ，其中 $a = 0.15 \text{ m}$ ，可求得 $E = 4.8 \times 10^4 \text{ N/C}$ 。

16. (II) 兩無限長導線分別被沿著 x 軸及 y 軸放置，如圖 23.33 所示，且兩線帶有相等的線電荷密度 λ C/m。試求在任意點 (x, y) 上的電場強度。

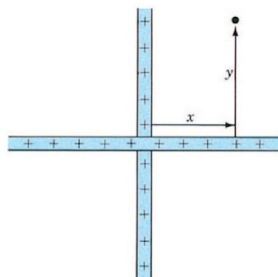


圖 23.33

答：

請先畫出電場大小、方向分佈之簡圖，再由向量求出總電場。

利用公式 23.9， $E = \frac{2k\lambda}{R}$ ，求得 $\mathbf{E} = 2k\lambda(\mathbf{i}/x + \mathbf{j}/y)$

17. (I) 包含兩點電荷 ± 2 nC 的電偶極，電荷間距為 4 cm。(a) 其偶極矩為何？
(b) 當電偶極沿著電場 $E = 10^5$ N/C 轉動，直到與此電場成 90° 夾角時，其間位能的改變量為何？

答：

(a) $\mathbf{p} = Q\mathbf{d} = 8 \times 10^{-11} \text{ C} \cdot \text{m}$

(b) $\Delta U = 0 - (-\mathbf{p}E) = 8 \times 10^{-6} \text{ J}$

18. (II) 一點電荷 $q = 2 \mu\text{C}$ 位於具表面電荷密度 $\sigma = 20 \mu\text{C}/\text{m}^2$ 的均勻荷電之無窮平面，其間相距 $d = 20$ cm。(a) 點電荷上的受力為何？(b) 在何點其總電場強度為零？

答：

(a) $F = qE = q \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 2.26 \text{ N}$

(b) $\frac{kq}{r^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow$ 由 q ，可得 $r = 12.6 \text{ cm}$