第 6 章　慣性與質點動力學(二)　本章習題 解答

1. (II) 兩物塊質量為 $m_1 = 7$ kg，$m_2 = 4$ kg，以繩相連，在一個直角的楔形物上運動，如圖 6.16 所示。已知 $\theta_1 = 37°$，$\theta_2 = 53°$，$\mu_s = 0.2$，$\mu_k = 0.1$，求此物塊的加速度。

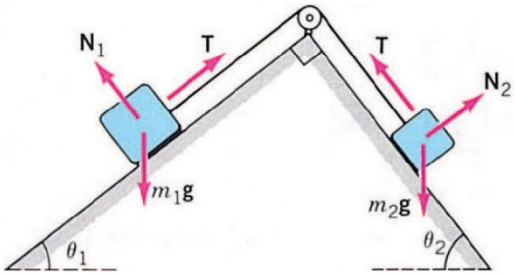


圖 6.16

答：

考慮兩種可能性(a)物塊原為靜止；(b) m_1 沿斜面向下運動。

(a)如圖 6.16，顯示作用於各物塊的力，包含摩擦力。在決定摩擦力的方向以前，必須先知道系統會怎樣運動，也就是說，要先求出沿繩子方向的淨力(參見例題 5.7)。重量沿斜面方向的分量為 $W_1 \sin 37° = 42$ N，$W_2 \sin 53° = 32$ N。因此，如果沒有磨擦力的話，m_1 會向下運動而 m_2 會向上運動。

淨力：42 N – 32 N = 10 N

兩物塊的最大摩擦力：$f_{s(\max)} = \mu_s (N_1 + N_2) = \mu_s (W_1 \cos 37° + W_2 \cos 53°) = 16$ N

故系統動不了！

(b)雖然在求加速度時要用到摩擦力，但決定摩擦力方向的，是物塊相對於斜面的速度方向，而不是它的加速度，因此，已知 m_1 向下運動，所以兩物塊的動摩擦力方向相當明確，依牛頓第二定律可得

$W_1 \sin\theta_1 - T - \mu_k (W_1 \cos\theta_1) = m_1 a$

$T - W_2 \sin\theta_2 - \mu_k (W_2 \cos\theta_2) = m_2 a$

其中假定加速度的方向與原先運動的方向一致。

代入數值後可得 $a = +18$ m/s^2。正號表示原先的假設是正確的。

2. (II) 質量為 $m_1 = 2$ kg 的物塊置於質量為 $m_2 = 4$ kg 的物塊上。底下的物塊置於水平無摩擦面上，並受到 $F_0 = 30$ N 的作用力，如圖 6.17 所示。求使 m_1 不至於在 m_2 上滑動的最小摩擦係數值。

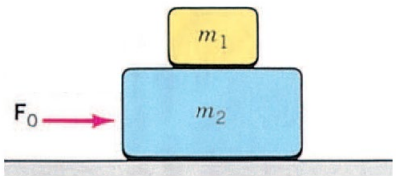
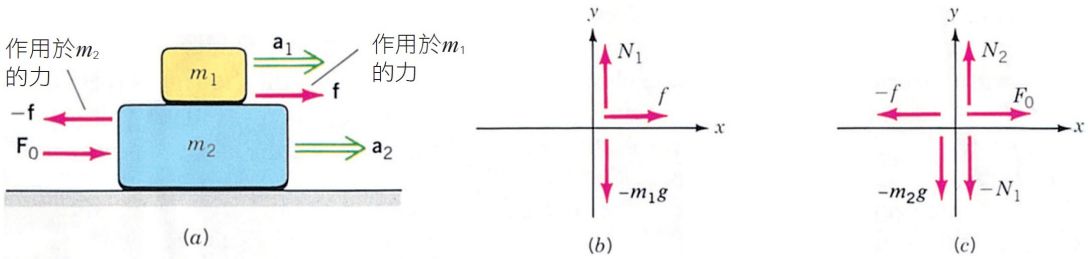


圖 6.17

答：



如圖(a)，m_1所受的水平力只有摩擦力向右，所以它能導致m_1向右的加速度。根據牛頓第三定律，m_1對m_2所施的摩擦力必定向左。各物塊的分離體圖如圖(b)及(c)所示，其中N_1是兩物塊間的法向力，N_2是(無摩擦)水平面對m_2所施的法向力。對各物塊而言，牛頓第二定律的水平分量式為

物塊 1：$f = m_1 a_1$ (i)

物塊 2：$F_0 - f = m_2 a_2$ (ii)

如果m_1會在m_2上滑動，f 就應該是動摩擦力，但題目已表示m_1不會相對於m_2而滑動，所以f 就是靜摩擦力，而兩物塊的加速度相同，$a_1 = a_2 = a$。將(i)和(ii)兩式相加可得

$$F_0 = (m_1 + m_2)a$$

由此可得$a = (30\text{ N})/(6\text{ kg}) = 5\text{ m/s}^2$。由於$f_{s(\max)} = \mu_s N_1 = \mu_s(m_1 g)$，故由(i)式可得

$$\mu_s(m_1 g) = m_1 a$$

因此 $\mu_s = a/g \approx 0.5$。

3. (II) 質量 $m = 2$ kg 之木塊以繩懸於固定壁，並置於質量 $M = 6$ kg 之木塊上，如圖 6.18 所示，若以 24 N 之水平力作於 M，產生 3 m/s^2 之加速度，設所有接觸面之動摩擦係數均相同，試求之。

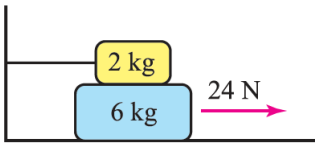


圖 6.18

答：

如圖 6.18 所示，物塊 $M = 6$kg：

$24 - f_1 - f_2 = Ma \rightarrow 24 - (2 \times 9.8)\mu_k - (8 \times 9.8)\mu_k = 6\times3$

$\rightarrow 24 - 10 \times 9.8\mu_k = 18 \rightarrow 98\mu_k = 6 \rightarrow \mu_k = 0.061$

4. (II) 一個 50 kg 的婦人坐在半徑為 9 m，並以 6 rev/min 垂直迴轉的摩天輪內。當她到達最高點的一半時，視重量為何？

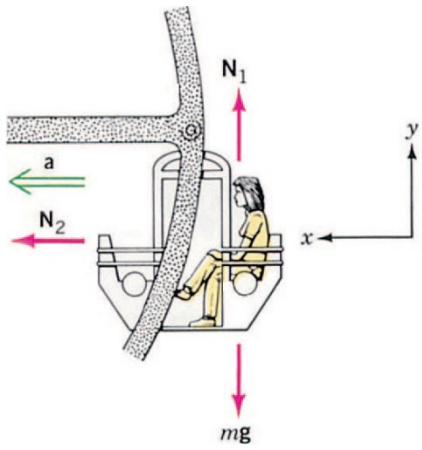


圖 6.19

答：

如圖 6.19 所示這個婦人受到三個力的作用。由於她在垂直方向沒有加速度，因此椅子對她的垂直力 N_1 只是與她的重量平衡而已。椅背對她的水平力 N_2 則提供了向心力。第二定律的向量形式為

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2 + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$$

其分量形式為

$$\sum F_x = N_2 = \frac{m\upsilon^2}{r}$$

$$\sum F_y = N_1 - mg = 0$$

我們知道 $N_1 = mg = 50\ \text{kg} \times 9.8\ \text{N/kg} = 490\ \text{N}$。她以 6 rev/min 迴轉，故速率為 $\upsilon = (6\ \text{rev/min})(2\pi \times 9\ \text{m/rev})/(60\ \text{s/min}) = 1.8\pi\ \text{m/s}$。因此

$N_2 = (50\ \text{kg})(1.8\ \pi/\text{s}^2)/(9\ \text{m}) = 178\ \text{N}$。婦人的視重量是椅子對她的總作用力大小，即

$$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = \sqrt{490^2 + 178^2} = 521\ \text{N}$$

5. (I) 一個冰上曲棍球質量為 90 g，在運動 12 m 中速度由 10 m/s 降為 8 m/s，求(a) 球所受的摩擦力；(b) 摩擦係數。

答：

(a) $v^2 = v_0^2 + 2as \ \Rightarrow\ a = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2s} = \dfrac{8^2 - 10^2}{2(12)} = -1.5\,\text{m/s}^2$

$f = ma = (90 \times 10^{-3})(1.5) = 0.135\ \text{N}$

(b) $f = \mu mg \ \Rightarrow\ \mu = \dfrac{F}{mg} = \dfrac{0.135}{(90 \times 10^{-3})(9.8)} = 0.153$

6. (I) 質量 3 kg 之木塊受 25 N 之力作用，若力的方向為仰角 37°，設 $\mu_k = 0.2$，$\mu_s = 0.5$，(a) 若木塊原為靜止，受力後是否移動？(b) 若木塊係向右運動，求其加速度？

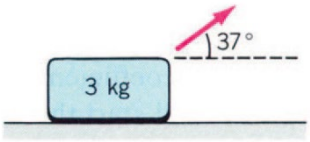


圖 6.20

答：

(a) 外力的水平分量：$F_x = F\cos 37° = 20$ N

最大靜摩擦力：$f_s = \mu_s(mg - F\sin\theta) = 0.5(3\times 9.8 - 25\times\sin 37°) = 7.2$ N

$\because$ $F_x > f_s$ 所以木塊將會移動。

(b) $\because \sum F = ma \rightarrow F_x - f_k = ma \rightarrow 20 - \mu_k(mg - F\sin\theta) = ma$

$\rightarrow 20 - 0.2(3\times 9.8 - 25\times\sin 37°) = 3a \rightarrow a = 5.7$ m/s^2

7. (I) 質量 2.5 kg 之木塊置於斜度 53° 之斜面上，設 $\mu_k = 0.25$，$\mu_s = 0.5$，求下列各狀況之加速度：(a) 木塊原先為靜止；(b) 木塊沿斜坡上滑；(c) 木塊沿斜坡下滑。

答：

(a) 當木塊原先為靜止時，木塊所受之重力(mg)與摩擦力(f)的情形，如下圖 a 所示。為了判斷木會是否會滑動，我們要先求出此木塊在斜面方向所受的淨力(ΣF_X)

$$\Sigma F_X = mg\sin\theta - f_{s(max)}，$$

其中 $f_{s(max)}$ 為最大靜摩擦力，

$$f_{s(max)} = \mu_s N = \mu_s(mg\cos\theta)$$

故 $\Sigma F_X = mg\sin\theta - \mu_s(mg\cos\theta) = 12.2$ N

因為 $\Sigma F_X > 0$，所以木塊會滑動起來，此時摩擦力轉變為動摩擦力

$$(f_k = \mu_k N = \mu_k(mg\cos\theta)，$$

因此，滑動時木塊在斜面方向所受的淨力(ΣF_X)成為

$$\Sigma F_X = mg\sin\theta - \mu_k(mg\cos\theta) = \text{ma}$$

$$19.6 - 0.25 \times 14.7 = 2.5a$$

得 $a = 6.37$ m/s^2 (沿斜坡向下)

(b) 當木塊沿斜坡上滑時，木塊所受之重力(mg)與動摩擦力(f_k)的情形，如下圖 b 所示。此時木塊在斜面方向所受的淨力(ΣF_X)為:

$$\Sigma F_X = mg\sin\theta + \mu_k(mg\cos\theta) = ma$$

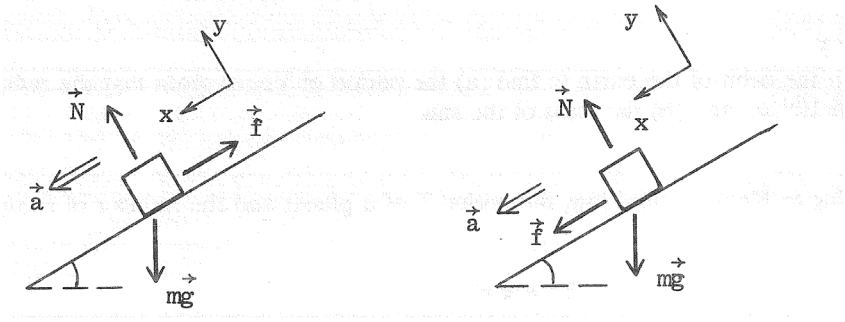
得 $a = 9.31$ m/s^2 (沿斜坡向下)

(c) 當木塊沿斜坡下滑時，木塊所受之重力(mg)與動摩擦力(f_k)的情形，如下圖 a 所示。此時木塊在斜面方向所受的淨力(ΣF_X)為:

$$\Sigma F_X = mg\sin\theta - \mu_k(mg\cos\theta) = ma$$

$$19.6 - 0.25 \times 14.7 = 2.5a$$

得　$a = 6.37\ \text{m/s}^2$ (沿斜坡向下)



(a)　　(b)

8. (I) 一木箱置於卡車上，卡車以 6 m/s^2 減速，欲木箱不動，求最小摩擦係數。

答：

$f = ma = \mu mg \rightarrow \mu = a/g = 0.612$

9. (I) 一個 3 kg 的物塊受到水平朝下 37° 的 25 N 之力，如圖 6.21 所示。取$\mu_k = 0.2$，$\mu_s = 0.5$。(a) 若木塊原為靜止，受力後會不會運動？(b) 若木塊向右運動，其加速度為何？

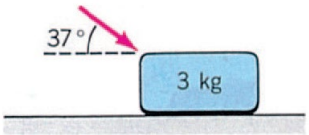


圖 6.21

答：

(a) 外力的水平分量：$F_x = F\cos37° = 20$ N

最大靜摩擦力：$f_s = \mu_s(mg + F\sin\theta) = 0.5(3\times9.8+25\times\sin37°) = 22.2$ N

$\because F_x < f_s$　所以木塊不會移動。

(b) $\because \sum F = ma \rightarrow F_x - f_k = ma \rightarrow 20 - \mu_k(mg + F\sin\theta) = ma$

$\rightarrow 20 - 0.2(3\times9.8+25\times\sin37°) = 3a \rightarrow a = 3.7\ \text{m/s}^2$

10. (I) 三個溜冰者 A、B、C，質量為 $m_A = 30$kg，$m_B = 50$ kg，$m_C = 20$ kg，如圖 6.22 所示。他們抓著一條水平的繩子，而被沿$\mu_k = 0.1$ 的水平面拉動。在 A 前面的繩子張力為 200 N，求：(a) 加速度；(b) 繩子在 A、B 間這一段的張力 T_1；(c) 繩子在 B、C 間那一段的張力 T_2。

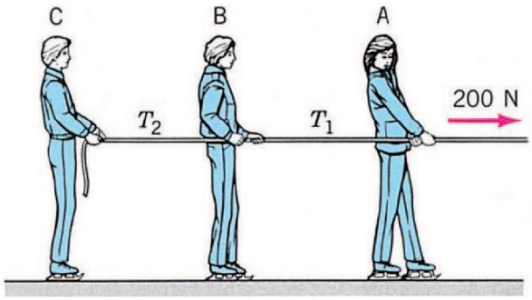


圖 6.22

答：

(a) 看整體：$F - \mu_k(m_A + m_B + m_C)g = 100a \rightarrow a = 1.02\ \text{m/s}^2$

(b) 看 A：$F - \mu_k m_A g - T_1 = m_A a \rightarrow T_1 = 140\ \text{N}$

(c) 看 C：$T_2 - \mu_k m_C g = m_C a \rightarrow T_2 = 40\ \text{N}$

11. (I) 一木塊由斜度 20° 之斜坡上由靜止釋放，已知在 3 秒內下滑 2.4 m，試求動摩擦係數。

答：

$x = v_0 t + (1/2)at^2 \rightarrow 2.4 = (1/2)a \times 3^2 \quad \rightarrow a = 0.233\text{m/s}^2$

$mg\sin\theta - f = ma \rightarrow f = mg\sin\theta - ma$

$\rightarrow \mu_k = f/N = m(g\sin\theta - a)/mg\cos\theta = 0.3$

12. (II) 質量為 M 的物塊受力 F 作用，如圖 6.23 所示。摩擦係數為 μ_s 及 μ_k。(a) 要使物塊運動，F 至少要多大？(b) 試證若 $\mu_s = \cot\theta$，不論 F 為何木塊都動不了。(c) 什麼樣的情形會符合 $\mu_k = \cot\theta$ 的條件？

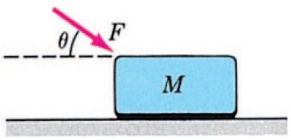


圖 6.23

答：

$\sum F_x = F\cos\theta - \mu(mg + F\sin\theta) = F(\cos\theta - \mu\sin\theta) - \mu mg$

(a)欲使物塊運動，需滿足：$\sum F_x > 0 \rightarrow F > \mu_s mg/(\cos\theta - \mu_s\sin\theta)$

(b)當 $\mu_s = \cot\theta = (\cos\theta/\sin\theta) \rightarrow F > \mu_s mg/(\cos\theta - \mu_s\sin\theta)$

$\rightarrow F > (\cos\theta/\sin\theta)mg/(\cos\theta - (\cos\theta/\sin\theta)\sin\theta)$

$\rightarrow F > (\cos\theta/\sin\theta)mg/(\cos\theta - \cos\theta)$

$\rightarrow F > (\cos\theta/\sin\theta)mg/0$

$\rightarrow F = \infty$

(c) $\sum F_x = F\cos\theta - \mu_k(mg + F\sin\theta) = F(\cos\theta - \mu_k\sin\theta) - \mu_k mg = ma$

當 $\mu_k = \cot\theta = (\cos\theta/\sin\theta) \rightarrow \sum F_x = F(\cos\theta - \mu_k\sin\theta) - \mu_k mg$

$= F(\cos\theta - (\cos\theta/\sin\theta)\sin\theta) - \mu_k mg = ma \rightarrow -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$

13. (I) 一滑雪者以 80 km/h 之速度滑上 10° 之斜坡，$\mu_k = 0.1$，若不再用手划

動，他可以滑多遠？

答：

已知： $v_0 = 80\text{km/h} = 80000\text{m}/3600\text{s} = 22.2\text{m/s}$，$\mu_k = 0.1$，$\theta = 10°$

$-mg\sin\theta - f = ma \rightarrow -mg\sin\theta - (mg\cos\theta)\mu_k = ma$

$\rightarrow a = -g\sin\theta - (g\cos\theta)\mu_k = -2.67\ \text{m/s}^2$

$v^2 = v_0^2 + 2aS \rightarrow 0 = (22.2)^2 + 2(-2.67)S \rightarrow S = 92.3\text{m}$

14. (I) 在 $\mu_k = 0.1$ 的 37° 斜面上， 有一個 5 kg 的物塊受到 25 N 的水平力作用，如圖 6.24 所示。(a) 若物塊沿斜面向上運動，其加速度為何？(b) 若物塊的初速率為沿斜面向上 6 m/s，它在 2 s 內可走多遠？

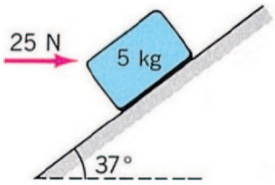


圖 6.24

答：

(a) $\sum F_x = F\cos\theta - \mu(mg\cos\theta + F\sin\theta) - mg\sin\theta = ma$

$20.0 - 0.1(39.1+15.0) - 29.5 = 5a \rightarrow a = -2.98\ \text{m/s}^2$ (方向向下)

(b) $\Delta x = v_0 t + 1/2(a)(t^2) = 6\times2 + 1/2(-2.98)(2^2) = 6.04\ \text{m}$

15. (II) 兩物塊質量相等，$m_1 = m_2 = 5$ kg，兩者間跨過一滑輪而互相連接，如圖 6.25 所示。令 $\mu_k = 0.25$。若已知(a) m_1 向下移動；(b) m_1 向上移動，求其加速度。(c) 若 $m_2 = 6$ kg，則 m_1 為多大時，兩者會以等速率運動？

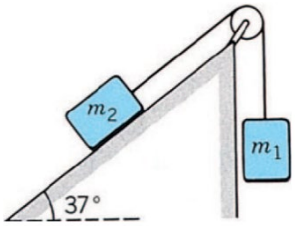


圖 6.25

答：

(a)看整體(兩物塊)受力：

$\sum F_x = ma \rightarrow m_1 g - (m_2 g\cos\theta)\mu_k - m_2 g\sin\theta = (m_1 + m_2)a$

$\rightarrow a = 0.973\ \text{m/s}^2$

(b) $m_2 g\sin\theta - m_1 g - (m_2 g\cos\theta)\mu_k = (m_1+m_2)a \rightarrow |a| = 2.93\ \text{m/s}^2$

(c)當 m_1 向下等速移動($a = 0$)：$m_1 g - (m_2 g\cos\theta)\mu_k - m_2 g\sin\theta = 0$

$\rightarrow m_1 = m_2\cos\theta\mu_k + m_2\sin\theta = 4.8\ \text{kg}$

當 m_1 向上等速移動($a = 0$)：$m_2 g\sin\theta - m_1 g - (m_2 g\cos\theta)\mu_k = 0$

$\rightarrow m_1 = m_2(\sin\theta - \mu_k\cos\theta) = 2.4$ kg

16. (II) 在圖 6.26 中，當 $m_1 = 3$ kg 時，加速度為 0.6 m/s^2。而當 $m_1 = 4$ kg 時，加速度為 1.6 m/s^2。求 m_2 與它所受的麼擦力 (注意：m_1 和 m_2 的加速度不同)。

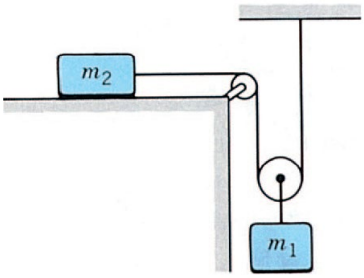


圖 6.26

答：

由 m_1 : $m_1g - 2T = m_1a$ (i)

由 m_2 : $T - f_2 = m_2(2a)$ (ii)

當 $m_1 = 3$ kg 時 $a = 0.6$ m/s^2

代入(i) 可得 $T_1 = (m_1g - m_1a)/2 = (3g - 1.8)/2 = 13.8$ N

代入(ii) 可得 $T_1 = f_2 + 2m_2a = f_2 + 1.2m_2 = 13.8$ N ----- (a)

當 $m_1 = 4$ kg 時 $a = 1.6$ m/s^2

代入(i) 可得 $T_2 = (m_1g - m_1a)/2 = (4g - 6.4)/2 = 16.4$ N

代入(ii) 可得 $T_2 = f_2 + 2m_2a = f_2 + 3.2m_2 = 16.4$ N ----- (b)

利用(a)與(b)解聯立，可得 $m_2 = 1.3$ kg, $f_2 = 12.2$ N

17. (I) 一個 580 g 的物體掛在貨車的天花板下。當貨車水平加速時，繩中的張力為 6 N。求加速度。

答：

$\sum F_x = T\sin\theta = 0.58a$ (i)

$\sum F_y = T\cos\theta - 0.58g = 0$ (ii)

由(ii)：$\cos\theta = 0.947 \rightarrow \theta = 18.7°$

由(i)：$a = 3.31$ m/s^2

18. (I) 一輛汽車以 108 km/h 行駛於靜摩擦係數為 μ_s 的路上。若(a) $\mu_s = 0.9$ (乾燥路面)；(b) $\mu_s = 0.3$ (潮濕路面)，求最小煞車距離。為什麼採用靜摩擦而不用動摩擦？

答：

$ma = -f = -N\mu_s = -mg\mu_s/m \rightarrow a = -mg\mu_s/m = -g\mu_s$

$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x = v_0^2 + 2(-g\mu_s)\Delta x \rightarrow 0 = v_0^2 - 2(g\mu_s)\Delta x \rightarrow \Delta x = v_0^2/2g\mu_s$

已知：$v_0 = 108$ km/h $= 108000$ m/3600 s $= 30$ m/s

(a) $\Delta x = v_0^2/2g\mu_s = (30)^2/(2\times9.8\times0.9) = 51$ m

(b) $\Delta x = v_0^2/2g\mu_s = (30)^2/(2\times9.8\times0.3) = 153$ m

19. (II) 木塊 A 質量 $m_A = 2$ kg 靠在車 B (質量 $m_B = 3$ kg) 之前面，如圖 6.27 所示。60 N 之水平力作用於 B，欲木塊 A 不落下，則 A、B 間之最小靜摩擦係數為何？

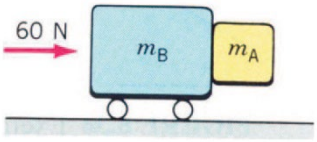


圖 6.27

答：

看整體 (m_A+m_B)：

$F = (m_A+m_B)a \rightarrow 60 = (2+3)a \rightarrow a = 12$ m/s^2

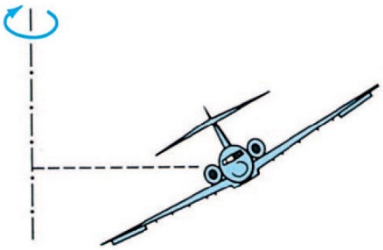
看 A：

$\sum F_x = N = m_A a$

$\sum F_y = f - m_A g = 0$

$\rightarrow f = m_A g \rightarrow N\mu = m_A g \rightarrow \mu = m_A g/N = m_A g/m_A a = g/a = 0.82$

20. (II) 一個 70 kg 的飛行員駕駛飛機以 400 km/h 作半徑 2 km 的迴轉，如圖 6.28 所示。(a) 機翼與水平的夾角應為何？(b) 飛行員的視重量為何？空氣對飛機所造成的上升力垂直於機翼。



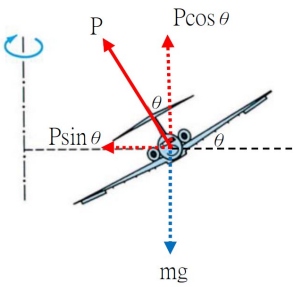


圖 6.28

答：

(a) Let P be the lift acting normal to the wings.

$\sum F_y = P\sin\theta = mv^2/r$

$\sum F_y = P\cos\theta - mg = 0 \rightarrow P\cos\theta = mg$

$P\sin\theta/P\cos\theta = \tan\theta = (mv^2/r)/(mg) = v^2/gr$

$= (400000/3600)^2/(9.8\times2000) = 0.63$

$\rightarrow \theta = 32.2°$

(b) From $\sum F_y = 0$, $N = P = mg/\cos\theta = 70\times9.8/\cos32.2° = 811$ N.

21. (II) 一個特技單車騎士以 7 m/s 在一半徑 4 m 的圓柱體「死亡之井」內作水平圓周運動(參見圖 6.29)。所需的最小摩擦係數為何？

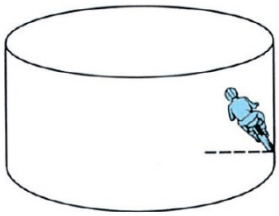


圖 6.29

答：

$\sum F_x = N = mv^2/r$

$\sum F_y = f - mg = 0 \;\rightarrow\; f = mg \;\rightarrow\; N\mu = mg \;\rightarrow\; (mv^2/r)\mu = mg$

$$\rightarrow\; \mu = gr/v^2 = 9.8\times 4/7^2 = 0.8$$

22. (II) 圖 6.30 所示為一錐擺(conical pendulum)在水平面上作等速率圓周運動，若 $L = 1$ m，$\theta = 30°$，試求其週期。

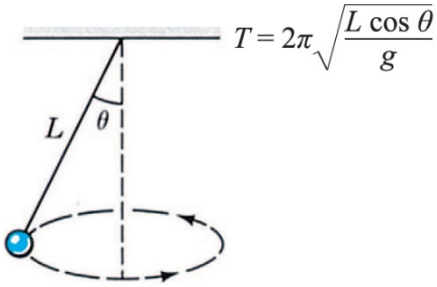
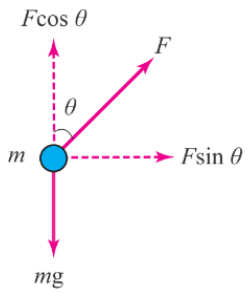


圖 6.30

答：



首先分析 m 之受力情況如右圖所示。因為 $\sum F_y = 0$，所以 $F\cos\theta = mg$，

$$F = \frac{mg}{\cos\theta} \qquad \text{(i)}$$

又因為 $\sum F_x = F\sin\theta = m\dfrac{\upsilon^2}{r}$，其中 $r = L\sin\theta$；所以 $F\sin\theta = m\dfrac{\upsilon^2}{L\sin\theta}$，將(i)式代入

$$\frac{mg}{\cos\theta}\times\sin\theta = m\frac{\upsilon^2}{L\sin\theta}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{Lg\sin^2\theta}{\cos\theta}} = \sin\theta\sqrt{\frac{Lg}{\cos\theta}}$$

故週期 T 為

$$T=\frac{2\pi r}{\upsilon}=\frac{2\pi L\sin\theta}{\sin\theta\sqrt{\frac{Lg}{\cos\theta}}}=2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}=2\times3.14\times\sqrt{\frac{1\times\cos30^\circ}{9.8}}=1.87\text{ sec}$$

23. (I) 氫原子中的電子以 2.2×10^6 m/s 的速率在 5.3×10^{-1} m 外環繞固定的質子運轉。求：(a) 週期；(b) 電子所受的力。

答：

(a) $T = 2\pi r/v = 2\times3.14\times5.3\times10^{-11}/2.2\times10^6 = 1.51\times10^{-16}$ s

(b) $F = mv^2/r = (9.1\times10^{-31})(2.2\times10^6)^2/5.3\times10^{-11} = 8.3\times10^{-8}$ N

24. (I) 一遊樂場的 360 度垂直迴轉車道，在最高點的曲率半徑為 6.5 m，如圖 6.31 所示。(a) 要使迴轉車在最高點仍與軌道接觸的最小速率為何？(b) 如果實際速率是 9.5 m/s，40 kg 的孩子在最高點的視重量為何？

圖 6.31

答：

(a) $\sum F_y = mg = mv^2/R \rightarrow v^2 = Rg \rightarrow v = (Rg)^{1/2} = 7.98$ m/s

(b) $\sum F_y = N + mg = mv^2/R \rightarrow N = m(v^2/R - g) = 163$ N

25. (I) 兩木塊連接如圖 6.32 所示，且 5 kg 之木塊以等速滑下斜坡，求(a) 動

摩擦係數；(b) 繩中之張力。

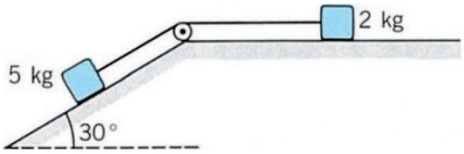
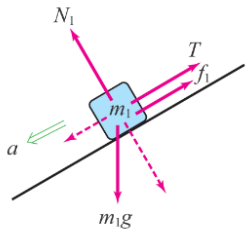


圖 6.32

答：

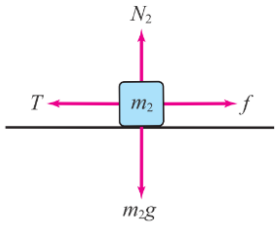


先分析 m_1 的受力情形，因為 m_1 向左下運動，所以摩擦力方向為向右上。因為 $\sum F_y = 0$，故

$$N_1 = m_1 g\cos\theta = 5\times 9.8\times\cos 30° = 42.4\ \text{N}$$

又因為等速下滑，

$$\sum F_x = m_1 g\sin\theta - T - f_1 = 0$$



故

$$m_1 g\sin\theta - T - \mu_k N_1 = 0$$

$$5\times 9.8\times\sin 30° - T - \mu_k\times 42.4 = 0 \qquad \text{(i)}$$

再分析 m_2 的受力情形，因為 $\sum F_y = 0$，故

$$N_2 = m_2 g = 2\times 9.8 = 19.6\ \text{N}$$

又因為 $\sum F_x = T - f_2 = 0$，故

$$T - \mu_k N_2 = 0$$

$$T - \mu_k\times 19.6 = 0$$

得 $T = 19.6\mu_k$ (ii)

代入(i)式中，

$$24.5 - 19.6\mu_k - 42.4\mu_k = 0$$

$$\mu_k = 0.395 \qquad \text{(iii)}$$

再將(iii)代入(ii)可得 $T = 19.6\times 0.395 = 7.74\ \text{N}$

26. (II) 圖 6.33 中，力 F 將 4 kg 之木塊以加速度 1 m/s^2 向左拉。設 $\mu_k = 0.5$。求：(a) 力 F 之大小；(b) 繩中之張力；(c) 若 $F = 10$ N，5 kg 之木塊沿斜面下滑，求加速度。

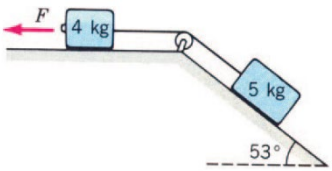


圖 6.33

答：

(a) 看整體(系統)：$F - \mu_k m_1 g - m_2 g\sin 53° - \mu_k m_2 g\cos 53° = (m_1+m_2)a$

$F - 19.6 - 39.13 - 14.74 = 9 \rightarrow F = 82.5$ N

(b) 看 m_1(4kg)：$F - T - \mu_k m_1 g = m_1 a \rightarrow T = 58.9$ N

(c) $F + \mu_k m_1 g - m_2 g\sin\theta + \mu_k m_2 g\cos\theta = (m_1+m_2)a$

$\rightarrow 10 + 19.6 - 39.13 + 14.74 = 9a \rightarrow a = 0.58$ m/s^2 (向上)

27. (I) 我們的月球，週期及軌道半徑為 27.3 d 及 3.84×10^5 km。木星某衛星的對應值為 3.5 d 及 6.7×10^5 km。求地球與木星質量之比，M_J/M_E 。

答：

依據克卜勒第三定律：$T^2 = 4\pi^2 r^3/GM \rightarrow M = 4\pi^2 r^3/GT^2$

$\rightarrow M$ 正比於 r^3/T^2

$\therefore\ M_J/M_E = (r_J^3/T_J^2)/(r_E^3/T_E^2) = 323$

28. (II) 行星 A 之球體半徑為行星 B 之兩倍，但密度只有 B 之一半，則一衛星在 A 表面附近繞行時，其週期為在 B 表面附近繞行時之幾倍？

答：

因 $\rho = M/V = M/(4\pi R^3/3) \rightarrow M = \rho(4\pi R^3/3)$，$(r \approx R)$

再依據克卜勒第三定律：$T^2 = 4\pi^2 R^3/GM = 4\pi^2 R^3/(G\rho(4\pi R^3/3))$

$= 3\pi/G\rho \quad \rightarrow T^2$ 正比於 $1/\rho$

$\therefore\ T_A/T_B = (\rho_B/\rho_A)^{1/2} \rightarrow T_A = (2)^{1/2} T_B$

29. (I) 在阿波羅任務中，10^4 kg 的指揮艙之軌道半徑為 1.8×10^6 m。(a) 其週期為何？(b) 月球對它的作用力為何？

答：

(a) $T^2 = 4\pi^2 r^3/GM \rightarrow T = (4\pi^2 r^3/GM)^{1/2} = 6840$ s $= 114$ min

(b) 向心加速度：$a = 4\pi^2 r/T^2 \rightarrow F = ma = m(4\pi^2 r/T^2) = 1.52\times 10^4$ N

30. (I)(a) 一輛 3000 kg 的貨車放空檔，而以等速度滑下 5° 的斜坡。以相同的等速率上坡時，所需的力為何？ (b) 一輛汽車能以等速開上最陡達 10° 的斜坡。它在平地上的最大加速度為何？假定路面和空氣阻力都不變。

答：

(a) 等速下滑：$mg\sin\theta - f = 0 \rightarrow f = mg\sin\theta$

等速上坡：$F - mg\sin\theta - f = 0$

$\rightarrow F = 2mg\sin\theta = 2 \times 3000 \times 9.8 \times \sin 5° = 5.12\times 10^3$N

(b) 等速上坡：$F - mg\sin\theta - f = 0 \rightarrow F = mg\sin\theta + f$

平地上(加速度)：$F - f = ma \rightarrow a = g\sin\theta = 1.70$ m/s^2

31. (I) 質量 0.4 kg 的物塊以兩條等長的細繩繫於垂直的轉軸上，如圖 6.34 所示。其旋轉週期為 1.2 s。求各繩的張力？

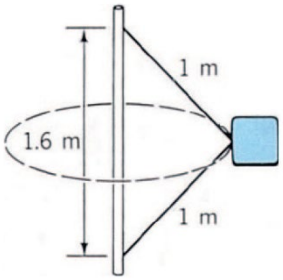
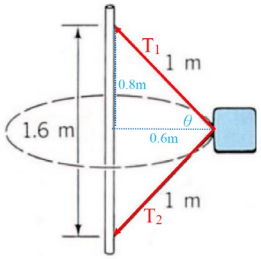


圖 6.34

答：

已知：$m = 0.4$ kg，$R = 0.6$ m，$\theta = 53°$，



$T = 1.2$ s $\rightarrow v = 2\pi R/T$

$= 2 \times 3.14 \times 0.6/1.2 = 3.14$ m/s

$\sum F_x = (T_1+T_2)\cos\theta = (mv^2/R)$

$\rightarrow T_1 + T_2 = (mv^2/R)/\cos\theta = (0.4\times3.14^2/0.6)/\cos53°$

$= 10.92$ N ------(1)

$\sum F_y = (T_1 - T_2)\sin\theta = mg$

$\rightarrow T_1 - T_2 = mg/\sin\theta = 0.4 \times 9.8/\sin53° = 4.91$ N ------ (2)

將(1)與(2) 解聯立可得：$T_1 = 7.92$ N 以及 $T_2 = 3.0$ N

32. (I) 質量為 3 kg 與 5 kg 的物塊以細繩相連，沿 30° 的斜面滑下去；參見圖 6.35。3 kg 物塊的動摩擦係數為 0.4，而 5 kg 物塊則為 0.3。求物塊的加速度及細繩中的張力。

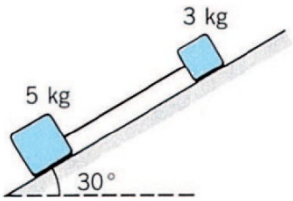


圖 6.35

答：

看整體(系統)：$(m_1 + m_2)g\sin\theta - (\mu_1 m_1 g\cos\theta + \mu_2 m_2 g\cos\theta) = (m_1 + m_2)a$

$\rightarrow a = 2.04$ m/s^2

看 m_1(5kg)：$T + m_1 g\sin\theta - \mu_1 m_1 g\cos\theta = m_1 a \rightarrow T = 1.6$ N.