

第3章 一維運動學 本章習題 解答

1. (I) 一單車騎士以速率 12 m/s 騎了一分鐘，再以 16 m/s 騎了兩分鐘。假若第二部分的運動是：(a) 與第一部分的方向相同，以及(b) 與第一部分方向相反時。就以上的情況分別求其平均速度和平均速率。

答：

(a) 淨位移 $\Delta x = 720 + 1920 = +2640$ m

$$\text{平均速度 } v_{\text{av}} = \frac{\text{淨位移}}{\Delta t} = \frac{+2640}{180 \text{ s}} = +14.7 \text{ m/s}$$

$$\text{距離} = 720 + 1920 = 2640 \text{ m}$$

$$\text{平均速率} = \frac{\text{距離}}{\Delta t} = \frac{2640 \text{ m}}{180 \text{ s}} = 14.7 \text{ m/s}$$

(b) 位移 $\Delta x = 720 - 1920 = -1200$ m

$$\text{平均速度 } v_{\text{av}} = \frac{\text{淨位移}}{\Delta t} = \frac{-1200}{180 \text{ s}} = -6.67 \text{ m/s}$$

$$\text{距離} = 720 + 1920 = 2640 \text{ m}$$

$$\text{平均速率} = \frac{\text{距離}}{\Delta t} = \frac{2640 \text{ m}}{180 \text{ s}} = 14.7 \text{ m/s}$$

2. (I) 從圖 3.25 的 x 對 t 關係圖，求以下各時刻間的平均速度；(a) 0 到 2 s 間；(b) 1 到 3 s 間。

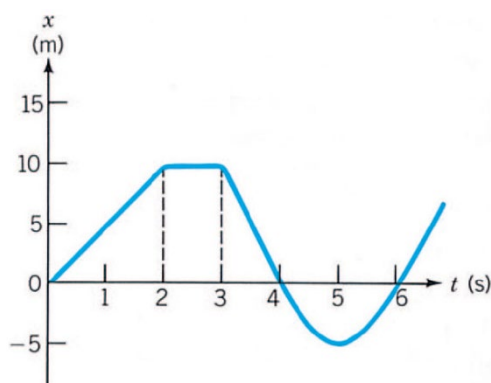


圖 3.25

答：

$$(a) \vec{v}_{\text{av}} = \frac{10-0}{2-0} = +5 \text{ m/s} ;$$

$$(b) \vec{v}_{\text{av}} = \frac{10-5}{3-1} = +2.5 \text{ m/s}$$

3. (I) 由圖 3.25 的 x 對 t 關係圖，估算下列時間的瞬時速度：(a) 1 s；(b) 2.5 s；(c) 3.5 s；(d) 4.5 s；(e) 5 s。

答：

(a) 等速運動：平均速度=瞬時速度

$$V(1) = \frac{10-0}{2-0} = +5 \text{ m/s}$$

$$(b) \quad V(2.5) = \frac{10-10}{3-2} = 0 \text{ m/s}$$

$$(c) \quad V(3.5) = \frac{0-10}{4-3} = -10 \text{ m/s}$$

$$(d) \quad V(4.5) = \frac{-5-0}{5-4} = -5 \text{ m/s}$$

$$(e) \quad V(5) = 0 \text{ m/s}$$

4. (I) 利用圖 3.26 的 v - t 圖求出(a) 首段 5.0 秒的平均加速度；(b) 在 2.0 秒的瞬時加速度；(c) 是否在什麼時間質點會朝相反的方向而行？若有，求此時間。

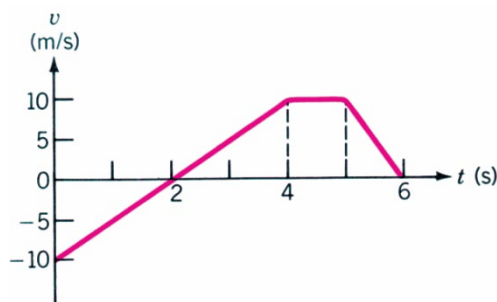


圖 3.26

答：

$$(a) \quad 10 - (-10)/5 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$(b) \quad 10 - (-10)/4 = 5 \text{ m/s}^2$$

(c) 2s

5. (II) 圖 3.27 說明 A 車與 B 車的 v - t 的圖。當 $t=0$ 時，兩輛車皆在 $x=0$ 。

求：(a) 在什麼地點和時間，這兩輛車又再相遇。(b) 相遇時，兩車的速度各為何？

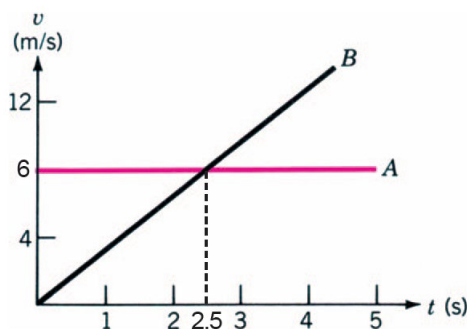


圖 3.27

答：

$$a_B = 6 / 2.5 = 2.4 \text{ m/s}^2$$

$$(a) S_A = S_B, \quad 6t = \frac{1}{2}(2.4)t^2 \quad \therefore t = 5 \text{ s}, \quad S_A = 30 \text{ m}$$

$$(b) t = 5 \text{ s}, \quad V_A = 6 \text{ m/s}, \quad V_B = 2.4(5) = 12 \text{ m/s}$$

6. (I) 在 $t = 0$ 時，一質點靜止於原點。在前 3 s 內，其加速度為 2 m/s^2 ，在隨後的 3 s 內，加速度為 -2 m/s^2 。繪出 x 對 t 及對 t 的關係圖。

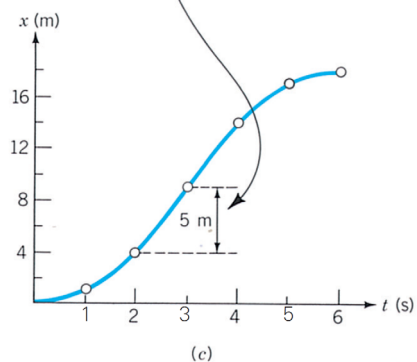
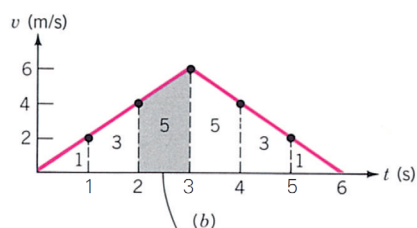
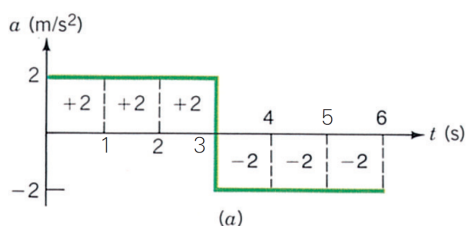
答：

已知在 $t = 0$ 時， $x = 0$ ， $v = 0$ 。

a 對 t 關係圖繪於圖(a)。

根據 $a\Delta t = \Delta v$ ，即 a 對 t 關係圖下的面積為該時間的速度改變量，得圖(b)。

再根據 v 對 t 關係圖下所圍成的面積表該時間內質點的位移，如圖(c)。



7. (I) 一顆子彈以 900 m/s 從文契斯特來福槍的 60 cm 長槍管射出。求：(a) 其加速度；(b) 子彈通過槍管所經的時間。

答：

$$(a) 900^2 = 0 + 2a(0.6); \quad a = 6.75 \times 10^5 \text{ m/s}^2$$

$$(b) 900 = 0 + (6.75 \times 10^5)t; \quad t = 1.33 \times 10^{-3} \text{ s}$$

8. (II) 卡車司機以 30 m/s 行駛時，突然見到前方 70 m 處有一頭麋鹿。如果司

機的反應時間為 0.5 s，而卡車最大的減速為 8 m/s^2 ，若不轉向一側，他能否避免撞到麋鹿？

答：

時間 0.5 s 時，卡車移動 $30 \times 0.5 = 15 \text{ m}$ ，所以 $\Delta x = 70 - 15 = 55 \text{ m}$

讓卡車停止所需要的時間 $t = (30 \text{ m/s}) / (8 \text{ m/s}^2) = 3.75 \text{ s}$

在 3.75 s，卡車移動的距離 $\Delta x = 30t - 4t^2 = 112.5 - 56.3 = 56.3 \text{ m}$
 $56.3 \text{ m} > 55 \text{ m}$ ，故他會撞到麋鹿

9. (II) 一位自行車騎士開始時以 12 m/s 行駛，接下來的 4 s 他行駛了 32 m。

求：(a) 他的加速度；(b) 他在 4 s 後的速率。

答：

(a) $32 = 48 + 8a$ ， $a = -2 \text{ m/s}^2$

(b) $v = v_0 + at = 12 + (-2)4 = 4 \text{ m/s}$

10. (I) 一顆石子以 20 m/s 垂直上拋，求石子(a) 到達最大高度一半時的時間；

(b) 到達最大速率一半時的時間。

答：

(a) $0 = 20^2 - 2(9.8)y$ ， $y = 20.2 \text{ m}$

$10.2 = 20t - 4.9t^2$ ，可得 $t = 0.6 \text{ s}$ ，以及 3.48 s

(b) $v = \pm 10 \text{ m/s}$

$10 = 20 - 9.8t$ ；得 $t = 1.02 \text{ s}$ ；

$-10 = 20 - 9.8t$ ；得 $t = 3.06 \text{ s}$

11. (I) 兩球相向拋出：A 球以 25 m/s 的速度從地面向上拋，一秒鐘後 B 球以 15 m/s 的速度從 95 m 高的屋頂被向下拋。(a) 兩球在何時何處相遇？(b) 兩球相遇時，速度分別為何？

答：

此題的座標系如右圖所示

(a) 已知量： $y_{0A} = 0$ ； $v_{0A} = +25 \text{ m/s}$ ；

$y_{0B} = 95 \text{ m}$ ； $v_{0B} = -15 \text{ m/s}$ ； $a = -9.8 \text{ m/s}^2$ 。

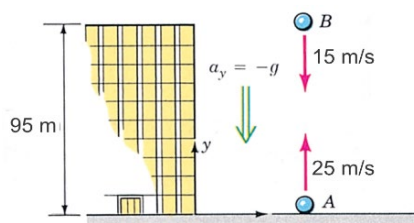
若 A 球已經運動一段時間 t ，則 B 球運動的時間為 $(t - 1)$ 。由 3.15 式，

$$y_A = 25t - 4.9t^2$$

$$y_B = 95 - 15(t - 1) - 4.9(t - 1)^2$$

當 $y_A = y_B$ 時兩球相撞。根據這個條件，可導出 $t = 3.48 \text{ s}$ 。

此值代入 y_A 或 y_B 兩式之一，而得 $y = 27.66 \text{ m}$ 。



(b) 由於 $t = 3.48 \text{ s}$ ，因此 $v_A = 25 + (-9.8)(3.48) = -9.1 \text{ m/s}$ ，

而 $v_B = -15 + (-9.8)(2.48) = -39.3 \text{ m/s}$ 。

請注意，當 A 球與 B 球相撞時，A 球已經在往下運動了。

12. (I) 一物體從 50 m 高的建築物頂端上拋。它升至離屋頂 20 m 的最高點。

(a) 它在何時落地？(b) 它的著地速度為何？(c) 它在何時會落到屋頂下方 20 m 處？

答：

由 $\Delta y = 20 \text{ m}$ ，可得 $0^2 = v_o^2 - 2(9.8)(20)$ ， $v_o = 19.8 \text{ m/s}$

(a) 由 3.11 式， $-50 = 20t - 4.9t^2$ ，因此 $t = 5.84 \text{ s}$

(b) 由 3.12 式，在 $\Delta y = -50 \text{ m}$ ， $v = 19.8 - 9.8(5.84)$ ； $v = -37.4 \text{ m/s}$

(c) 由 3.11 式， $-20 = 19.8t - 4.9t^2$ ，因此 $t = 4.88 \text{ s}$

13. (I) 一球從陽台上被丟下，在 0.8 s 內以 13 m/s 的速率著地。求：(a) 其初

速；(b) 它被丟下時之位置的高度；(c) 如果以相同的初速將球從陽台上往上拋，則其落至地面的時間為若干？

答：

(a) $-13 = v_o - (9.8)(0.8) \Rightarrow v_o = -5.16 \text{ m/s}$

(b) $(-13)^2 = (-5.16)^2 - 2(9.8)H \Rightarrow H = 7.26 \text{ m}$

(c) $-13 = 5.16 - 9.8t \Rightarrow t = 1.85 \text{ s}$

14. (I) A 球由 100 m 高的屋頂以 5 m/s 上拋。2 s 後，B 球以 20 m/s 由同地一

點下拋。(a) 兩球會在何處與何時相遇？(b) 相遇時，其速度各為多少？

答：

(a) $y_A = 100 + 5t - 4.9t^2$ ， $y_B = 100 - 20(t - 2) - 4.9(t - 2)^2$

令 $y_A = y_B$ 求得 $t = 3.78 \text{ s}$ ；以及 $y = 48.9 \text{ m}$

(b) $v_A = 5 - 9.8(3.78) = -32 \text{ m/s}$ ；

$v_B = -20 - 9.8(1.78) = -37.4 \text{ m/s}$

15. (I) 一顆石頭從地面垂直上拋到 25 m 的高度。若在月球上以相同的初速垂

直上拋，能升到多高？月球上的重力加速度為地球的 1/6。

答：

由 $v_o^2 = 2g\Delta y$ ， $v_o = 22.1 \text{ m/s}$ ；則 $\Delta y = (6v_o^2/2g) = 150 \text{ m}$

16. (I) 一火箭以 4 m/s^2 的加速度從地面垂直上升。在 8 s 內其燃料耗盡。(a)

其最大高度為何？(b) 到達最高點的飛行時間為何？

答：

(a) 燃料耗盡前上升高度 $\Delta y_1 = 1/2(4 \text{ m/s}^2)(64 \text{ s}^2) = 128 \text{ m}$

在此時間 8 s 內 $v = 32 \text{ m/s}$ ，由此初速度，

燃料耗盡後上升高度 $\Delta y_2 = 52.2 \text{ m}$

因此最大高度為 180 m。

(b) 此火箭然耗盡後墜落的時間為 $0 = 32 - 9.8t$ ，可得 $t = 3.26 \text{ s}$

故飛行總時間為 11.3 s